MOHAMED GABER **#REPUBLIC OF MATHEMATICS** 2026 **3SEC**

Mathematics is far more than just numbers and equations; it is the universal language that structures our world. With Mr. Mohamed Gaber, math becomes a powerful tool for developing critical thinking and logical reasoning. It is the foundation of innovation, essential for solving complex problems in science, technology, and daily life. Mr. Gaber's guidance turns abstract concepts into clear, practical knowledge, helping students build confidence and mental discipline.

عصير الأحصاء

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

ملخص قوانين الباب الأول الارتباط والانحدار

الارتباط ← هو طريقة احصائية يمكننا من خلالها يا صديقي تحديد درجة ونوع العلاقة بين متغيرين وهما أي حاجتين (س) ، (ص) مثلاً.

أنواع الارتباط

ارتباط طردي ← يكون موجب (+) لما يحدث إذا كان المتغيران يتزايدان معاً أو يتناقصان معاً يعني من الاخر يا صحبي في نفس الاتجاه.

مثلاً ← عدد ساعات العمل وأجر هذا العامل.

ارتباط عكسي ← يكون سالب (-) لما يحدث إذا كان المتغيران احدهما يزداد والآخر ينقص يعني من الاخر في عكس الاتجاه

مثلاً ← العلاقة بين عدد العمال وعدد ساعات العمل.

ارتباط منعدم ← يساوي (صفر) لما يحدث عندما لا توجد علاقة ارتباط بين المتغيرات

مثلاً ← العلاقة بين طول الطالب ودرجته في الامتحان.

درجة الارتباط ومعامل الارتباط

درجة الارتباط يتم قياسها من خلال معامل الارتباط يسمى (ر)

معامل الارتباط ← هو مقياس كمي أو رقمي يقيس قوة الارتباط بين المتغيرين س ، ص ويرمز له بالرمز (ر) وهو ر ∈ [-1 ، 1]

طردي تام (1) — طردي — منعدم (0) — عكسي — عكسي تام (-1)

← تزداد القوة كلما اقتربنا من 1 ، -1 وتقل كلما اقتربنا إلى صفر.

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

خصائص معامل الارتباط

1. ر ∈ [-1،1] ← $-1 \le$ ر ≤ 1
تتراوح قيمة معامل الارتباط بين -1، 1

2. ر ← ⊕ في الارتباط الطردي
← ⊖ في الارتباط العكسي
← صفر في الارتباط المنعدم

3. يتم تحديد درجة الارتباط :- (كما هو متفق عليه)
(ر) = صفر ← ارتباط منعدم
(ر) = 1 ← طردي تام
(ر) = -1 ← عكسي تام
$0 <$ ر < 0.4 ← ضعيف (0.1 أو 0.2 أو 0.3)
$0.4 \le$ ر ≤ 0.6 ← متوسط (0.4 أو 0.5 أو 0.6)
$0.6 <$ ر < 1 ← قوي (0.7 أو 0.8 أو 0.9)

4. صحصحي خلي بالك السالب يدل على العكسي والموجب يدل على الطردي وليس إشارة عدد.

خدع الامتحانات على معامل الارتباط

هام

1. لو قالك معامل الارتباط بصفة عامة ← ر ∈ [-1،1] ، $-1 \le$ ر ≤ 1
2. لو قالك معامل الارتباط الطردي ← ر ∈]0،1] ، $0 <$ ر ≤ 1
3. لو قالك معامل الارتباط العكسي ← ر ∈ [-1،0[، $-1 \le$ ر < 0
4. لو قالك معامل الارتباط غير طردي ← ر ∈ [-1،0] ، $-1 \le$ ر ≤ 0
5. لو قالك معامل الارتباط غير عكسي ← ر ∈ [0،1] ، $0 \le$ ر ≤ 1
6. لو قالك معامل الارتباط غير تام ← ر ∈]-1،1[، $-1 <$ ر < 1
7. لو قالك معامل الارتباط التام ← ر ∈ {-1، 1}

الطريق طويل

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

العلاقات المشهورة

١ العلاقة بين طول ضلع المربع ومحيطه ← طردي تام

٢ العلاقة بين طول ضلع المربع ومساحته ← علاقة غير خطية

٣ العلاقة بين طول ضلع المثلث المتساوي الأضلاع ومحيطه ← علاقة طردي تام

٤ العلاقة بين طول نصف قطر الدائرة ومحيطها ← طردي تام

٥ مستطيل محيطه ١٨ سم فإن معامل الارتباط بين طوله وعرضه ← عكسي تام

معامل الارتباط الخطي لبيرسون

← يتعامل مع البيانات الكمية (العددية أو الرقمية) فقط

← هو أدق من ارتباط سبيرمان لأنه يتعامل مع القيم نفسها وليس الترتيب يا ابرنسا.

لحساب معامل ارتباط بيرسون نكون جدول من ٥ أعمدة كالآتي:

س	ص	$س^2$	$ص^2$	س ص
مجـ س	مجـ ص	مجـ $س^2$	مجـ $ص^2$	مجـ س ص

$$ر = \frac{\text{ن مجـ س ص} - (\text{مجـ س})(\text{مجـ ص})}{\sqrt{\text{ن مجـ } س^2 - (\text{مجـ س})^2} \times \sqrt{\text{ن مجـ } ص^2 - (\text{مجـ ص})^2}}$$

حيث مجـ ← رمز المجموع

ن ← عدد قيم أو مفردات

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

خدع بيرسون في الامتحانات

قانون بيرسون مكون من بسط ومقام ولان المقام يكون دائماً موجب لان الجذر يلغي السالب فان البسط يا صديقي المحترم ☺ هو من يتحكم في تحديد نوع ودرجة الارتباط كالاتي:

[1] لو البسط تباع بيرسون > صفر
يدل على الارتباط طردي ر ∈]0، 1]

← ن مج س ص − مج س × مج ص > صفر

← ن مج س ص > مج س × مج ص

← $\frac{\text{ن مج س ص}}{\text{مج س} \times \text{مج ص}} > 1$

[2] لو البسط تباع بيرسون < صفر
يدل على الارتباط عكسي ر ∈ [−1، 0[

← ن مج س ص − مج س × مج ص < صفر

← ن مج س ص < مج س × مج ص

← $\frac{\text{ن مج س ص}}{\text{مج س} \times \text{مج ص}} < 1$

[3] لو البسط تباع بيرسون = صفر
يدل على الارتباط منعدم

← ن مج س ص − مج س × مج ص = **صفر**

← ن مج س ص = مج س × مج ص

← $\frac{\text{ن مج س ص}}{\text{مج س} \times \text{مج ص}} = 1$

ملاحظات آخيرة على بيرسون

[1] ن = $\frac{\text{مج س مج ص}}{\text{مج س ص}}$ فان: ر = صفر (منعدم)

[2] ن > $\frac{\text{مج س مج ص}}{\text{مج س ص}}$ فان: ر ∈]0، 1] (طردي)

[3] ن < $\frac{\text{مج س مج ص}}{\text{مج س ص}}$ فان: ر ∈ [−1، 0[(عكسي)

[4] $\bar{س} = \frac{\text{مج س}}{\text{ن}}$ ، مج س = $\bar{س}$ × ن

$\bar{ص} = \frac{\text{مج ص}}{\text{ن}}$ ، مج ص = $\bar{ص}$ × ن

المجموع = الوسط × العدد

أو الوسط = $\frac{\text{المجموع}}{\text{العدد}}$

[5] في بيرسون مج س = 0 ، مج ص = 0

∴ ر = $\frac{\text{مج س ص}}{\sqrt{\text{مج س}^2 \text{ مج ص}^2}}$

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

ملاحظة هامة جداً :-

في حالة البيانات الرقمية الكبيرة (الضخمة) نحسب معامل الارتباط لبيرسون للقيم المعدلة فيكون هو نفسه معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين القيم الاصلية س ، ص

حيث $س' = س - \bar{س}$

$ص' = ص - \bar{ص}$

ولتحويل القيمة الضخمة أو الكبيرة نطرحها من قيمة الوسط الحسابي

مثال إذا كانت $س' = س - ٥$

$ص' = ص - ٤$ ، وكان معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين $س'$ ، $ص'$ هو ٠,٧٥ فإن معامل الارتباط الخطي لبيرسون بين س ، ص هو ....

[٠,١٥ ، ٠,٧ ، ٠,٧١ ، ٠,٧٥]

معامل الارتباط المعدل $س'$ ، $ص'$ هو نفسه الاصلي بين س ، ص لا يتغير يا صديقي (٠,٧٥)

معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

← يتعامل مع البيانات الوصفية والكمية (العددية) .

← أقل دقة من معامل ارتباط بيرسون (الخطي) لانه يتعامل مع الرتب وليس القيم .

لحساب معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :

← نروح نحسب الأول رتب س رتب ص (تصاعدي أو تنازلي براحتنا المهم الاتنين زي بعض) ولو كان العنصر متكرر لازم نعدل بينهم ونجيب الوسط الحسابي

← نروح نكون جدول من ٤ أعمدة .

رتب س	رتب ص	ف	$ف^2$
		مجـ ف = ٠	مجـ $ف^2$

حيث ف = رتب س - رتب ص

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

← نعوض في قانون سبيرمان

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)}$$

أو

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن^٣ - ن}$$

خدع سبيرمان

١ إذا كان $\text{مج } ف^٢ = \text{صفر}$

← فإن الارتباط طردي تام $(ر = ١)$

٢ عند حساب سبيرمان ص ، س يكون الارتباط منعدم في الحالات

أ) $\text{مج } ف^٢ = \frac{ن(ن^٢ - ١)}{٦}$ →

ب) $٦ \text{ مج } ف^٢ = ن(ن^٢ - ١)$ →

ج) $٦ \text{ مج } ف^٢ = ن^٣ - ن$ →

$ر = \text{صفر}$

٣ إذا كان $٠ < \text{مج } ف^٢ < \frac{ن(ن^٢ - ١)}{٦}$

← فإن الارتباط بين س ، ص طردي

٤ إذا كان $٦ \text{ مج } ف^٢ = ٢ن(ن^٢ - ١)$

← فإن الارتباط يكون عكسي تام

٥ عند حساب معامل ارتباط سبيرمان بين س ، ص

أ) $\text{مج } ف = \text{صفر}$ (دائماً)

ب) $\text{مج } [ر(س) - ر(ص)] = \text{صفر}$

ج) $\text{مج } \{ر(س) - ر(ص)\}^٢ = \text{مج } ف^٢$

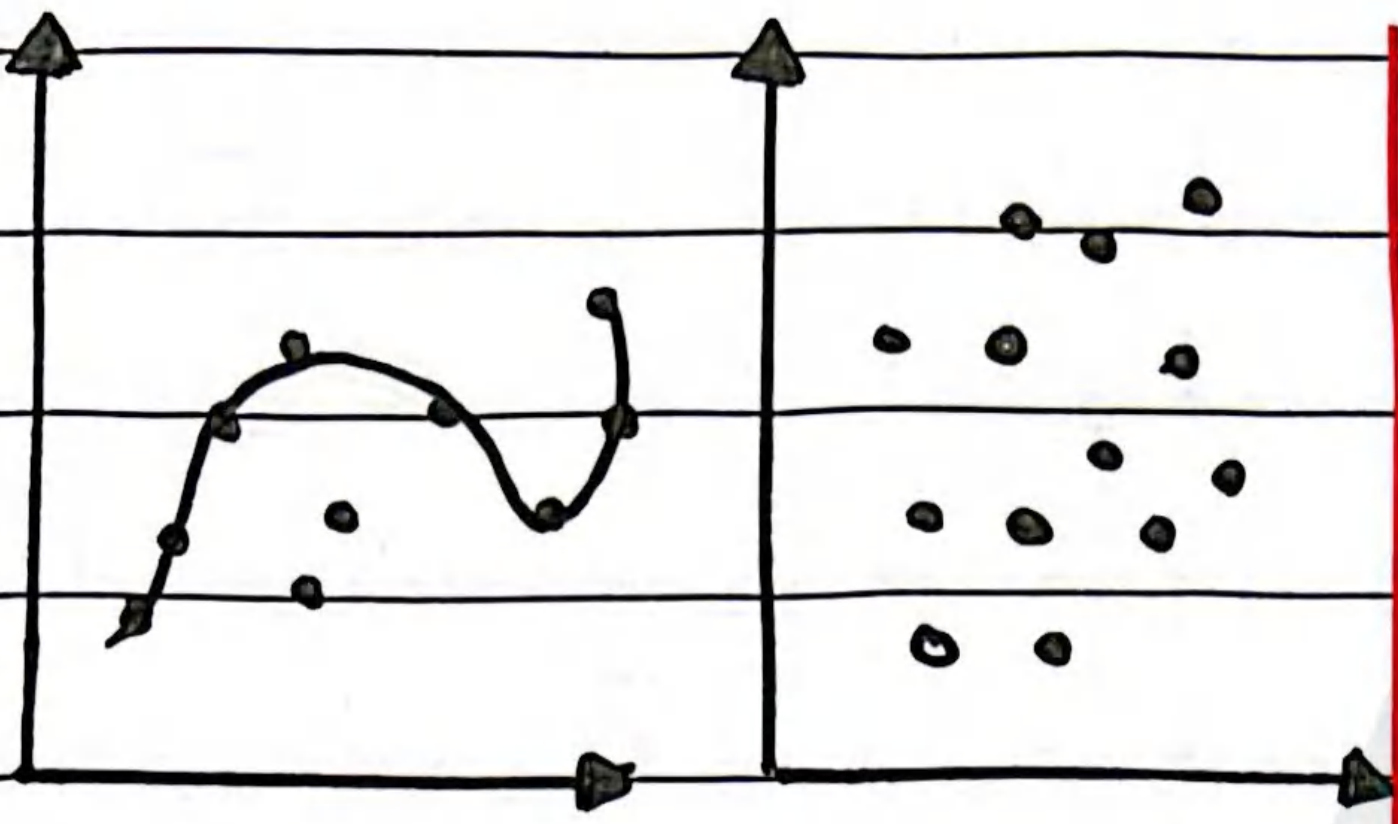
د) $\text{مج } ف^٢ \neq (\text{مج } ف)^٢$

٦ $\text{صفر} \leq \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)} \leq ٢$

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

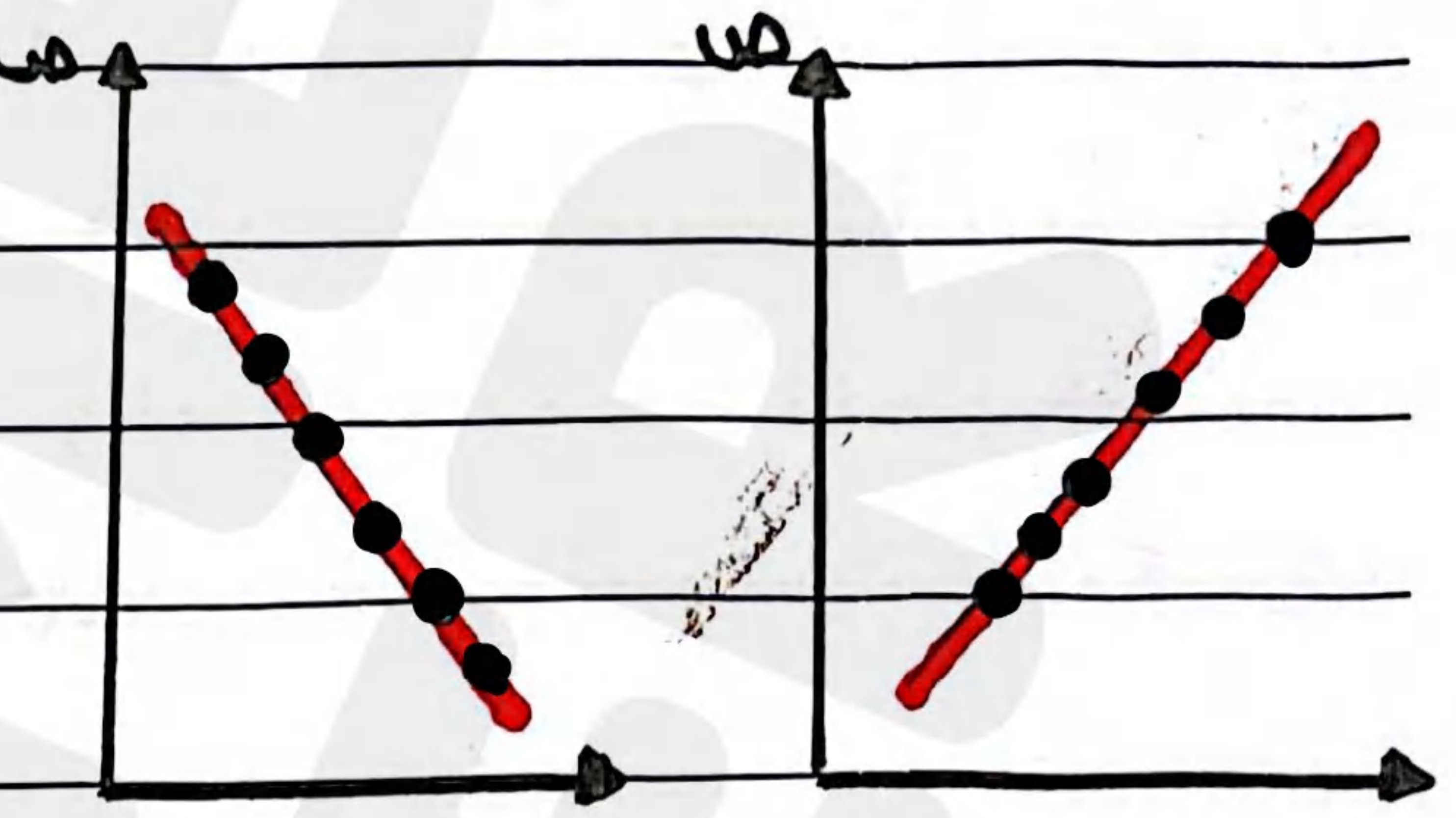
شكل الانتشار

هو تمثيل بياني يعبر عن قيم (س، ص) في شكل نقط ويستخدم لتحديد نوع الارتباط وقوته.



منعدم: مفيش أي خط تقع عليه النقط ر = صفر

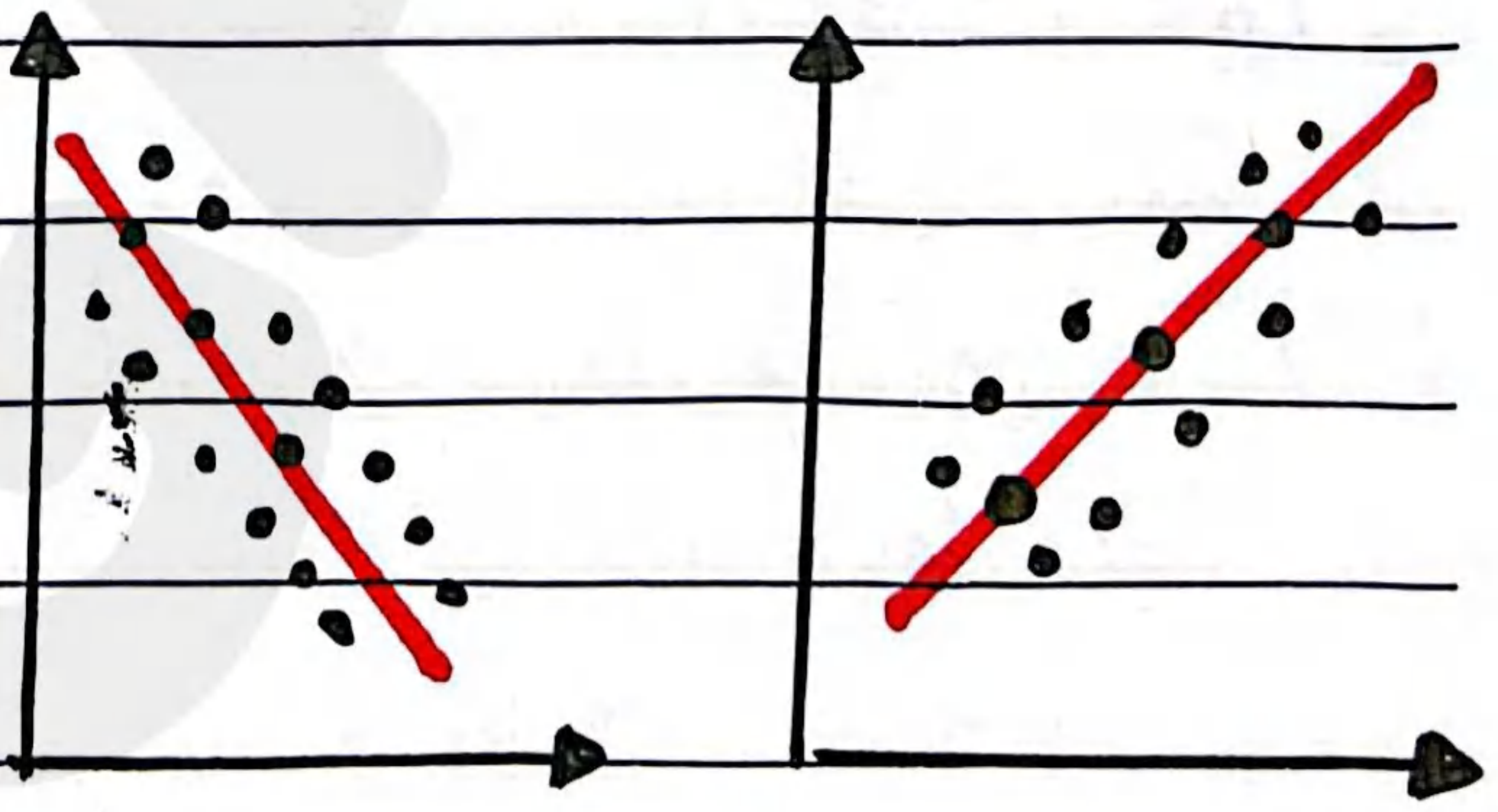
ارتباط غير خطي: دا مش بندرس احنا بندرس الخطي



طردي تام: ر = 1، كل النقط تقع على خط، ميله موجب

عكسي تام: ر = -1، كل النقط تقع على خط، ميله سالب

الخلاصة ← الخط الواقع عليه النقط هو خط الانحدار وتزداد القوة كلما اقتربت النقاط منه حتى تصبح يا صديقي كلها على الخط ودا يسمى تام.



طردي غير تام: مش كل النقط على الخط

عكسي غير تام: مش كل النقط على الخط

فقرة لو قالك هام!!!

[1] لو قالك جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم ميله موجب يبقى له طردي تام ر = 1

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

[٢] لو قالك جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم ميله سالب يبقى

← عكسي تام $ر = -١$

[٣] لو قالك جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط مستقيم واحد يبقى ← $ر \in \{-١، ١\}$

أو دور في الاختيارات على (١) أو (-١)

[٤] لو قالك جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط واحد يصنع زاوية حادة يعني تقع بين $]٠، ٩٠^\circ[$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

يبقى ← طردي تام $ر = ١$

[٥] لو قالك جميع النقاط في شكل الانتشار تقع على خط واحد يصنع زاوية منفرجة يعني تقع بين $]٩٠^\circ، ١٨٠^\circ[$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

يبقى ← عكسي تام $ر = -١$

[٦] إذا كانت جميع النقاط تقع على خط الانحدار فإن الارتباط إما طردي تام أو عكسي تام وعندها لا يوجد مقدار خطأ يا معجبي ∴ مقدار الخطأ = صفر

معادلة خط الانحدار

الانحدار ← هو أسلوب إحصائي يمكننا بواسطته تقدير أحد المتغيرين بواسطة الآخر ويتم عن طريق معادلة الخط.

← معادلة خط الانحدار هي:

$$\hat{ص} = أ + ب\, س$$

حيث: ص ← المتغير التابع

س ← المتغير المستقل

ب ← معامل الانحدار (الميل)

أ ← الجزء المقطوع من محور ص

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

لإيجاد معادلة خط الانحدار:
نكون جدول من أربع أعمدة كالآتي

س	ص	س²	س ص
مج س	مج ص	مج س²	مج س ص

فنحصل على مج س ص، مج س²، مج ص، مج س

← نحسب معامل الانحدار الأول (ب) من القانون ده

$$ب = \frac{ن\ مج\ س\ ص - مج\ س \times مج\ ص}{ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2}$$

← ثم بعد كده يا صيقي هنحسب أ من القانون ده

$$أ = \frac{مج\ ص - ب\ مج\ س}{ن}$$

← ثم نكتب معادلة الخط

$$\hat{ص} = أ + ب\ س$$

استخدامات معادلة خط الانحدار

1. التنبؤ بقيمة ص إذا علم س
2. حساب مقدار الخطأ في ص عند قيمة معينة لـ س

← نجيب قيمة ص الجدولية عند س المعطاة
← نجيب قيمة ص من معادلة الانحدار عند س المعطاة

$$مقدار\ الخطأ = \left| القيمة\ الجدولية - ص\ المتوقعة \right|$$

ممنوعات يا صيقي في الامتحانات

1. معامل الانحدار (ب) أو يسمى الميل أو يسمى معامل س أو يسمى معامل المتغير المستقل له نفس إشارة معامل الارتباط (ر) ولكن ليس له نفس القيمة
ويكون $ر \times ب > صفر$ دائماً

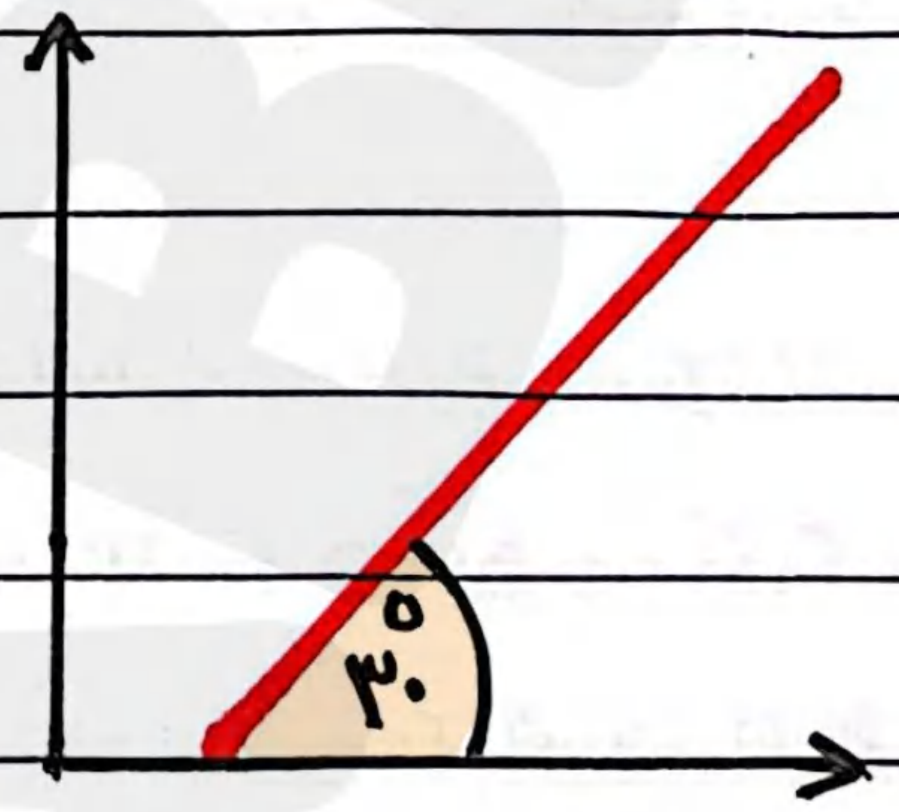
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٢ إذا كان :

ب > ٠	ب < ٠	ر × ب > ٠
ر > ٠	ر < ٠	دائماً
طردي	عكسي	
ميل ⊕ ← معامل س > صفر	ميل ⊖ ← معامل س < ٠	

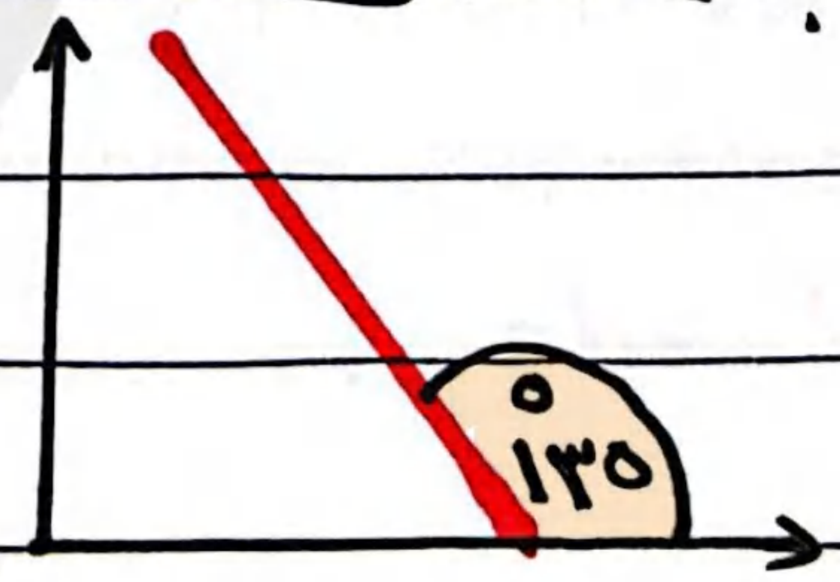
٣ إذا كان خط الانحدار يصنع زاوية حادة يعني تقويس]٠°، ٩٠°[مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن الارتباط طردي

زي



٤ إذا كان خط الانحدار يصنع زاوية منفرجة يعني تقويس]٩٠، ١٨٠°[مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن الارتباط عكسي

زي



٥ ازاي احسب معامل الانحدار ب (اللي هو ميل الخط أو معامل س)

أ من القانون بتاعه لو معايا المجموع

$$ب = \frac{ن \, مج \, س ص - مج \, س \times مج \, ص}{ن \, مج \, س^2 - (مج \, س)^2}$$

ب لو معايا نقطتين على الخط

$$ب = \frac{فرق \, الصادات}{فرق \, السينات} = \frac{التغير \, الرأسي}{التغير \, الأفقي}$$

ج لو معايا معادلة الخط يبقى ب هو معامل س بس بشرط يا برنس لازم س، ص في طرفين مختلفين عن بعض

د لو معايا زاوية (θ)

$$ب = ظا \, θ$$

٦ مقدار الخطأ = صفر في حالة جميع النقط تقع على الخط إذا كان (طردي تام، عكسي تام)

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

ملخص قوانين الباب الثانى الساق والاوراق والربيعات

ما هو مخطط الساق والاوراق :
← هو طريقة عمودية لعرض البيانات العددية فقط وهى تعتمد على القيمة المكانية للارقام حيث الاحاد دائماً هى الورقة وباقى العدد هو الساق

← ما هو المفتاح ؟

٧/٣ = ٣٧	← ورقة ٧ ساق ٣
٦/١٤ = ١٤٦	← ورقة ٦ ساق ١٤
٤/٥ = ٥٤	← ورقة ٤ ساق ٥
٢/١٥ = ١٥٢	← ورقة ٢ ساق ١٥

← خطوات مخطط الساق والاوراق

[١] نجيب أكبر رقم وأصغر رقم ونكون المخطط (حط رأسى شماله الساق ويمينه الاوراق)

[٢] قصاد كل ساق نرص الاوراق من البيانات

[٣] نرتب الاوراق تصاعدياً

[٤] نعطى مفتاح مناسب للبيانات

مميزات الساق والاوراق

[١] تكون البيانات مرتبة تصاعدياً من أعلى لاسفل (كلما بتنزل القيمة بتزيد) وبناء عليه يكون أول عنصر فى المخطط هو أصغر عنصر وآخر عنصر فى المخطط هو أكبر قيمة على الترتيب.

[٢] عدد البيانات (ن) = عدد الاوراق

[٣] يمكن من خلاله استرجاع البيانات الاصلية كاملة وحساب المدى والوسيط والمنوال والوسط الحسابى.

عصير الأحصاء
D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

عيوب الساقـ والاوراقـ

مشاعملى مع البيانات ذات الاحجام الكبيرة .

ملاحظات هامة جداً يا محبي

أو تنازلياً براحتك يامحبى
المهم قبل حساب نرتب

لو عدد القيم ن ← فردى	لو عدد القيم ن ← زوجى
رتبة الوسيط $\frac{ن+1}{2}$	رتبة الوسيط $\frac{ن}{2}$ ، $\frac{ن}{2}+1$

* من مقاييس النزعة المركزية :-

1. الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

2. المنوال ← هو القيمة الأكثر تكراراً أو شيوعاً في البيانات
← إذا كانت البيانات مفيهاش تكرار ، يبقى مفيش منوال
← إذا كان هناك أكثر من رقم تكرروا بنفس العدد يبقى المنوال هو كل الارقام اللى تكررت بنفس العدد

3. الوسيط ← هو القيمة التى تتوسط مجموعة من القيم بس بشرط الترتيب أولاً تصاعدياً

من مقاييس التشتت

المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة

هااام جداً
لدراسة التباين بين مجموعتين من المدى إذا كان
مدى المجموعة الأولى > مدى الثانية
∴ المجموعة الأولى هى الأكثر تبايناً لان لها أكبر مدى يا محبى المحترم

*لَا يهم كيفَ تمشي ببطْء مَا دُمت لا تَتوقف.

It does not matter how slowly you go as long as you do not stop.

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

مخطط الساق والأوراق المزدوج

← هو مخطط لمجموعتين من البيانات ولتعيينه نقوم بالآتي:

1 نجيب أكبر وأصغر رقم في البيانات

2 نكون جدول نكون الساق في منتصفه ويمينه أوراق المجموعة الأولى وشماله أوراق المجموعة الثانية.

3 نرص أوراق كل مجموعة ثم نرتبها تصاعدياً.

المجموعة الأولى	الساق	المجموعة الثانية

الربيعات

← هي أحد مقاييس النزعة المركزية لقياس التشتت بين البيانات المفردة والمبوبة وهي تقسم البيانات إلى أربعة أقسام متساوية عند الترتيب وعددها ٣ ربيعات

$\frac{1}{4}$ البيانات		$\frac{1}{4}$ البيانات		$\frac{1}{4}$ البيانات		$\frac{1}{4}$ البيانات
٢٥٪	ر٣	٢٥٪	ر٢	٢٥٪	ر١	٢٥٪
	الربيع الأعلى		الوسيط		الربيع الأدنى	

ر١ ← يسمى الربيع الأول (الأدنى) وهو الربيع الذي يسبقه ربع البيانات ٢٥٪ ويليه ثلاثة أرباع البيانات ٧٥٪

ر٢ ← يسمى الربيع الثاني (الوسيط) وهو الربيع الذي يسبقه نصف البيانات ٥٠٪ ويليه النصف الآخر ٥٠٪

ر٣ ← يسمى الربيع الثالث (الأعلى) وهو الربيع الذي يسبقه ثلاث أرباع البيانات ٧٥٪ ويليه ربع البيانات ٢٥٪

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

تعيين الربيعات من البيانات المفردة (عندنا حالتان)

[1] الحالة الأولى

← عدد البيانات = ن

ن + 1 ← يقبل القسمة ÷ ٤

فإن الربيعات هي إحدى قيم البيانات المعطاة ويعين مباشرة منها على حسب ترتيب (هاااام)

رتبة $ر_1 = \frac{ن+1}{4}$

رتبة $ر_2 = \frac{2(ن+1)}{4} = 2 \times$ رتبة الأول

رتبة $ر_3 = \frac{3(ن+1)}{4} = 3 \times$ رتبة الأول

[2] الحالة الثانية

← عدد البيانات = ن

ن + 1 ← لا تقبل القسمة ÷ ٤ (عشرية)

(أ) نعين الرتب الأول من نفس القوانين

(ب) نستخدم القانون ده لتحديد قيم

ر = القيمة السابقة + (فرق القيم) (الجزء العشري للترتيب)

[3] قوانين هامة (جداً)

(أ) نصف المدى الربيعي (الانحراف الربيعي)

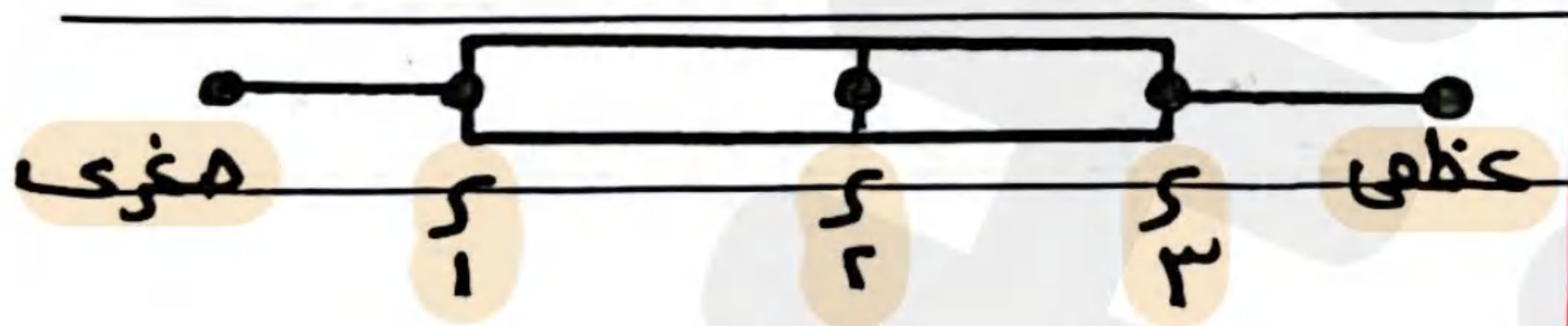
← أحد مقاييس التشتت

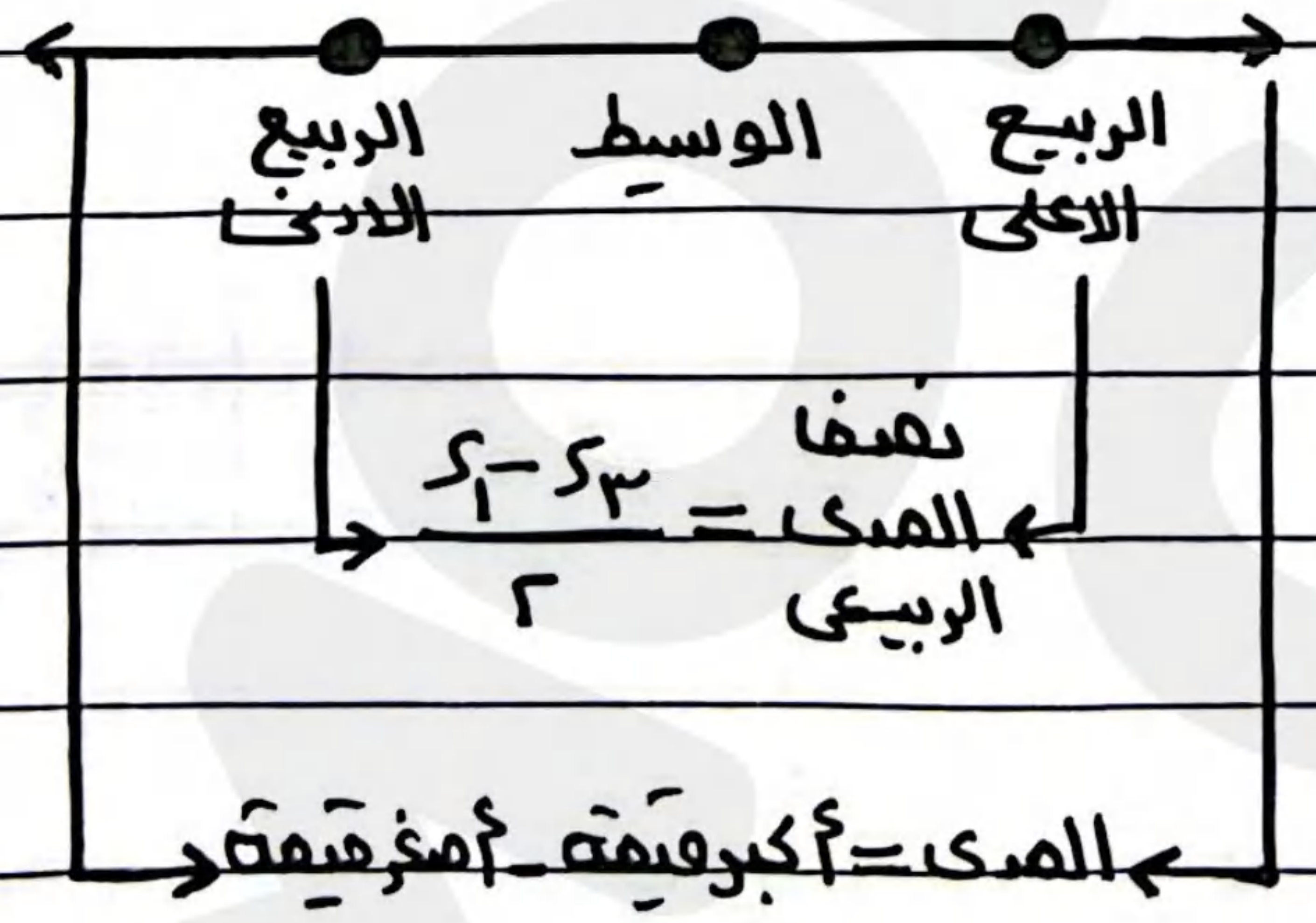
نصف المدى الربيعي = $\frac{ر_3 - ر_1}{2}$

(ب) المدى الربيعي = $ر_3 - ر_1$

(ج) المدى = أكبر قيمة − أصغر قيمة

[4] التمثيل الصندوقي:





عصير الأحصاء

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

الربيعات من الجدول التكرارية

الخطوات جبرياً :-

[1] ننشئ جدول تكراري متجمع صاعد

[2] نعين ترتيب الربيعات

رتبة $ر_1 = \frac{ن}{4}$

رتبة $ر_2 = \frac{2ن}{4}$

رتبة $ر_3 = \frac{3ن}{4}$

حيث (ن) مجموع التكرار

[3] نعين الربيعات من القانون :-

ر = بداية فترة الربيع + $\frac{\text{ترتيب الربيع} - \text{التكرار السابق}}{\text{التكرار الصاعد}}$ × طول الفترة

$ر = أ + \frac{ت - ك_1}{ك_2 - ك_1} × ل$

حيث أ ← بداية فترة الربيع

ت ← ترتيب الربيع

$ك_1$ ← التكرار السابق

$ك_2$ ← التكرار اللاحق

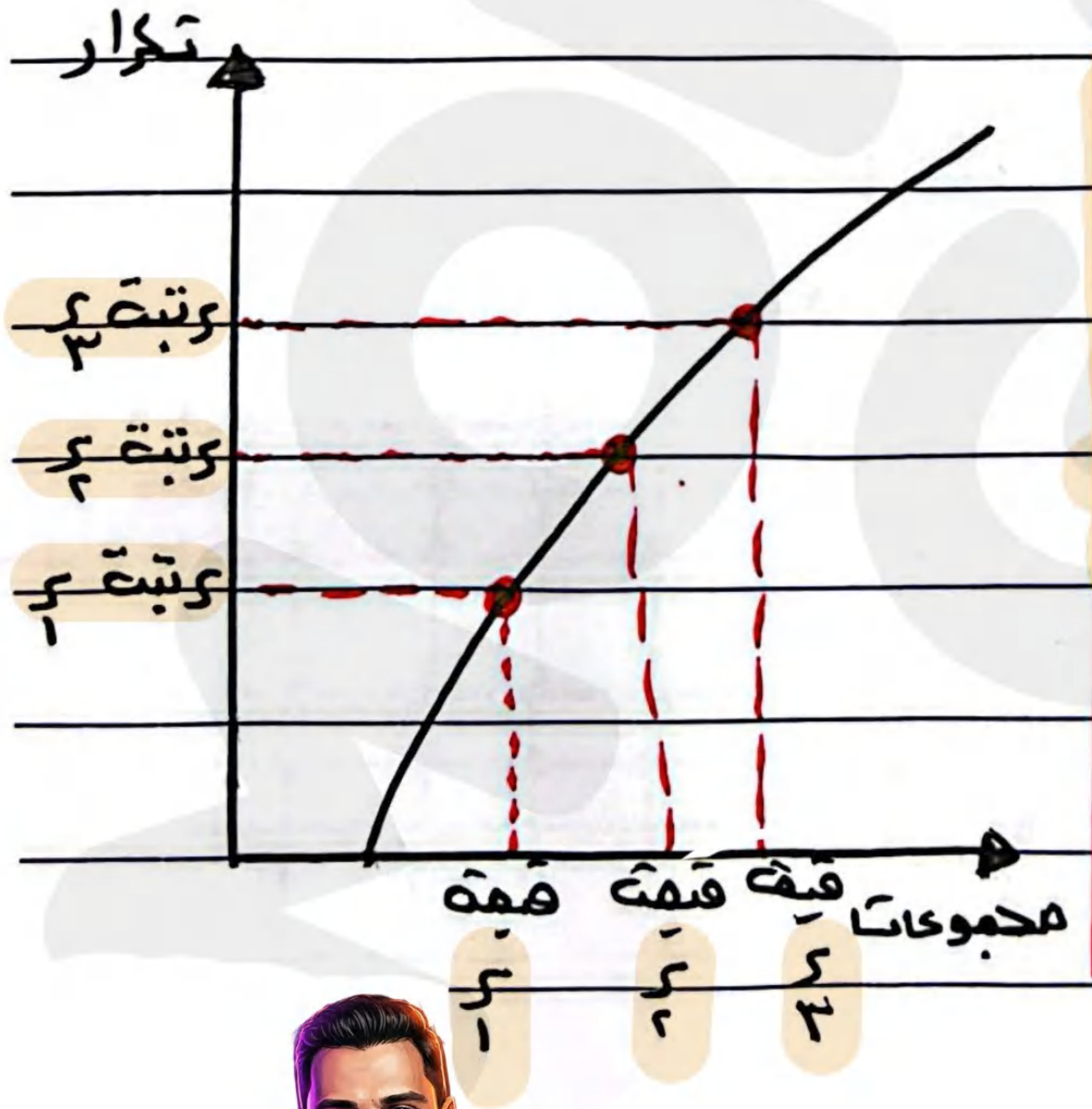
ل ← طول الفترة الربيعية

الخطوات بيانياً :-

[1] ننشئ جدول تكرار متجمع صاعد

[2] نعين ترتيب الربيعات (نفس قوانين الجبري)

[3] عند كل رتبة من رتب الرباعيات نرسم خطاً أفقي يقطع المنحنى في نقطة فيكون قيمة الربيع هي مسقط هذه النقطة على المحور الأفقي كما موضح بالشكل



عصير الأحصاء
D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

ملخص قوانين الباب الثالث الاحتمالات

التجربة العشوائية ← هي تجربة نستطيع تحديد نواتجها مسبقاً قبل حدوثها ولكن لا نعلم أي منها سيحدث بالفعل.

مثل ←
- حجر النرد
- قطعة النقود
- سحب الكروت

فضاء العينة ← هو مجموعة كل النواتج لتجارب التجربة العشوائية ونرمز له بالرمز (ف) أما عدد عناصر فضاء العينة نرمز له بالرمز ن(ف)

أمثلة فضاء العينة المحترم

مثل [1] فضاء العينة لإلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

← ن(ف) = ٦

[2] فضاء العينة لإلقاء قطعة نقود مرة واحدة

ف = {ص، ك}

← ن(ف) = ٢

[3] سحب كروت مرقمة من ١ إلى ٥

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥}

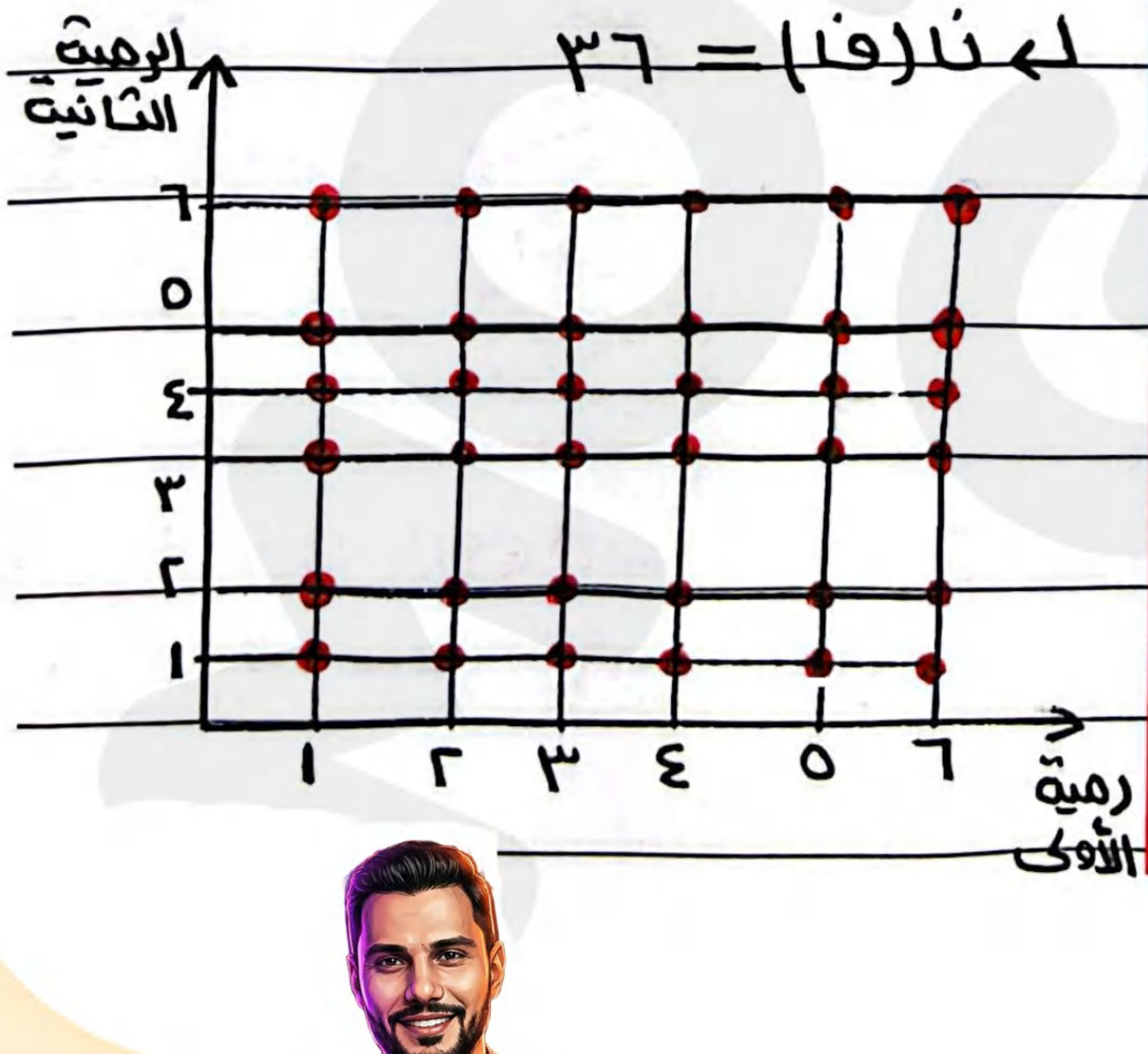
← ن(ف) = ٥

أمثلة فضاء العينة الغير محترم (معقد)

يتم تمثيله عن طريق ←
- الشجرة
- جدول
- مخطط هندسي

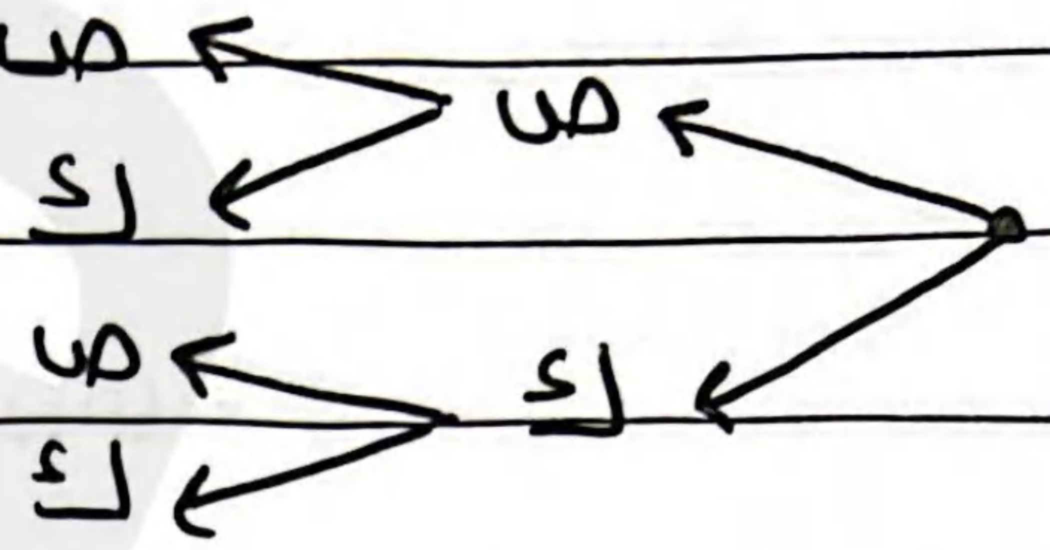
[1] كل رمية من نفس الحاجة ← مثل إلقاء حجر منتظم مرتين

← ن(ف) = ٣٦



D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

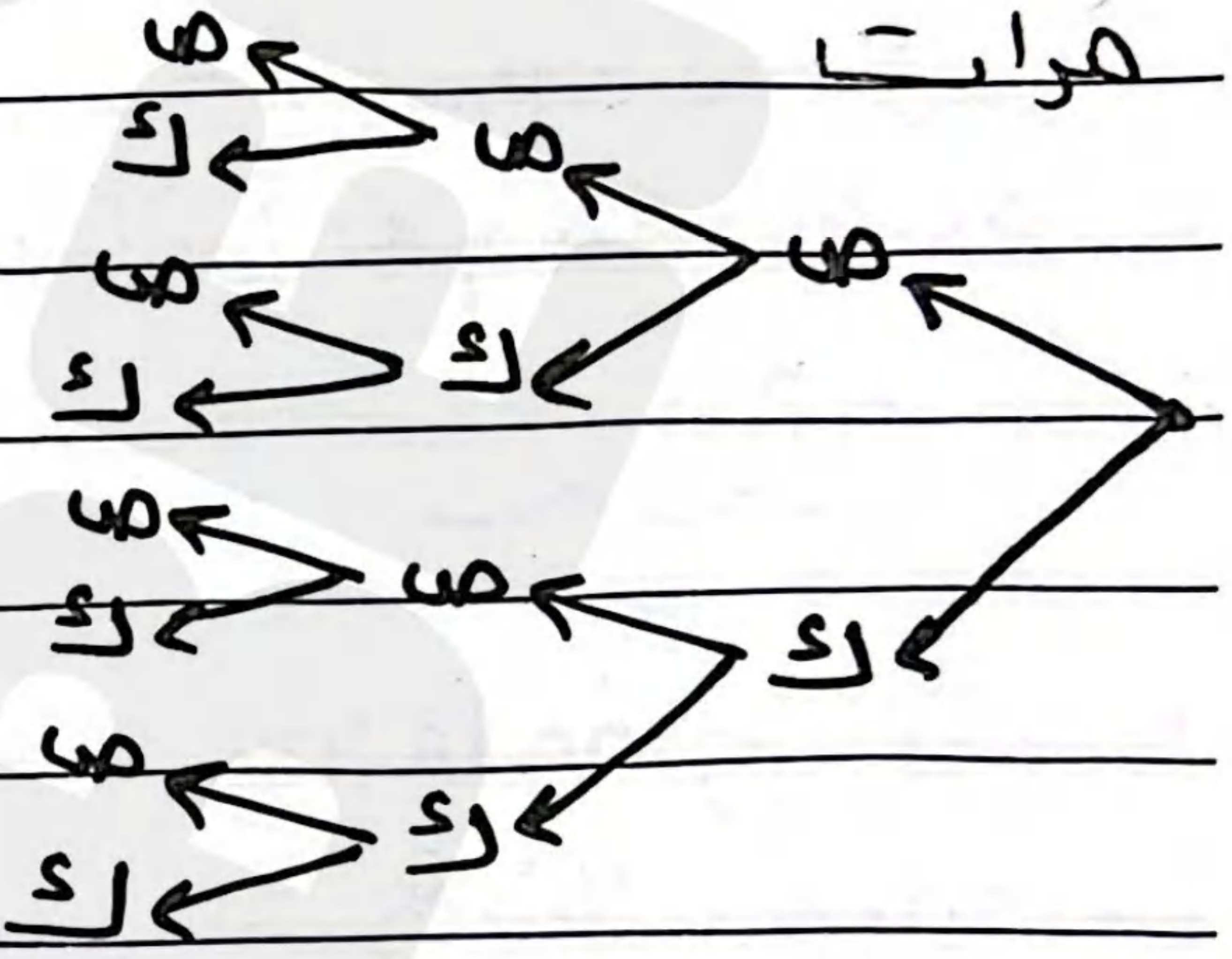
زي إلقاء قطعة نقود مرتين



ف = { (ص، ص) ، (ص، ك) ، (ك، ص) ، (ك، ك) }

∴ ن(ف) = ٤

زي إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات



ف = { (ص، ص، ص) ، (ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص) ، (ص، ك، ك) ، (ك، ص، ص) ، (ك، ص، ك) ، (ك، ك، ص) ، (ك، ك، ك) }

∴ ن(ف) = ٨

قانونا هاااام

∴ لو كنا رمية من نفس النفس

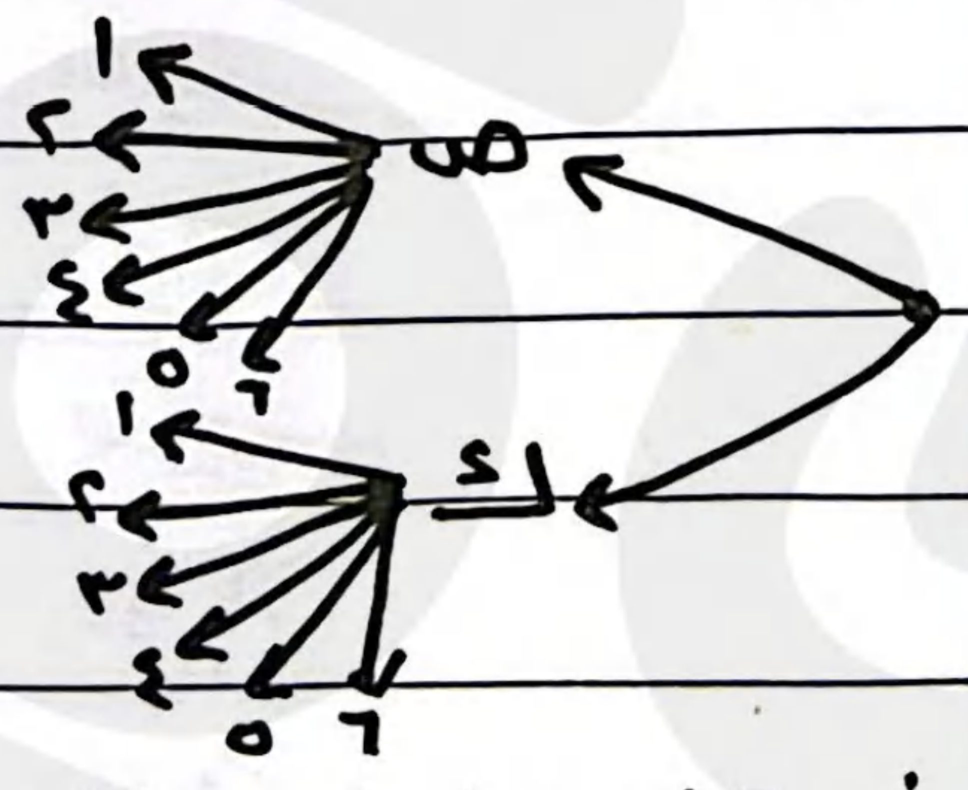
يبقى عدد عناصر فضاء العينة

ن(ف) = (عدد النواتج)^عدد الرميات

حجر النرد	قطعة النقود
عدد النواتج ← ٦	عدد النواتج ← ٢
لو مرة ن(ف) = ٦^١ = ٦	لو مرة ∴ ن(ف) = ٢^١ = ٢
لو مرتين ن(ف) = ٦^٢ = ٣٦	لو مرتين ∴ ن(ف) = ٢^٢ = ٤
لو ٣ مرات ن(ف) = ٦^٣ = ٢١٦	لو ٣ مرات ∴ ن(ف) = ٢^٣ = ٨
وهكذا	وهكذا .....

٢ كنا حاجة مش من نفس الحاجة

∴ زي إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد

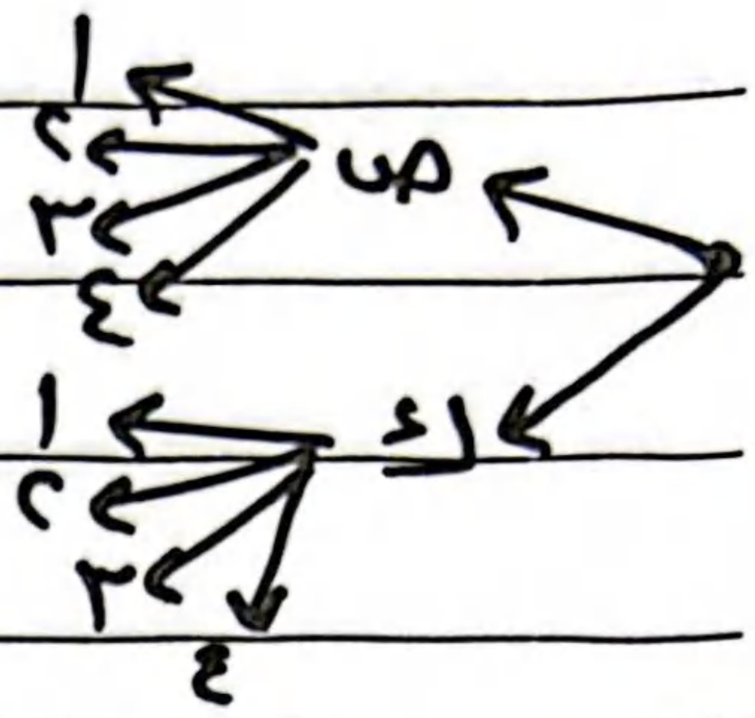


ن(ف) = ٢ × ٦ = ١٢

ف = { (ص، ١) ، (ص، ٢) ، (ص، ٣) ، (ص، ٤) ، (ص، ٥) ، (ص، ٦) ، (ك، ١) ، (ك، ٢) ، (ك، ٣) ، (ك، ٤) ، (ك، ٥) ، (ك، ٦) }

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

← زي إلقاء قطعة نقود ثم كروت مرقمة من ١ إلى ٤



ن(ف) = ٢ × ٤ = ٨

ف = { (ص، ١)، (ص، ٢)، (ص، ٣)، (ص، ٤)، (ك، ١)، (ك، ٢)، (ك، ٣)، (ك، ٤) }

قانون مهم في الحالة دي

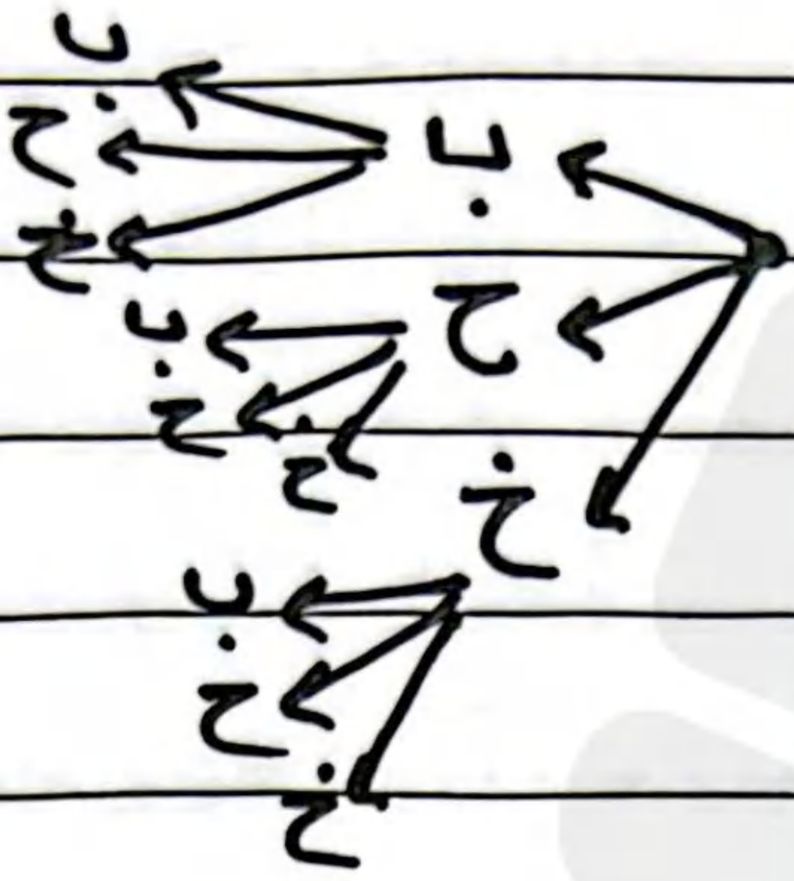
عدد نواتج فضاء العينة لحاجتين مش من نفس النوع

ن(ف) = عدد الأولى × عدد الثانية

[٣] سحب كرات واحدة تلو الأخرى

- مع الإحلال: (مع الإرجاع) (مع التكرار)
- بدون الإحلال: (بدون إرجاع) (بدون تكرار)

← زي سحب ٣ كرات بيضاء، حمراء، خضراء مع الإحلال

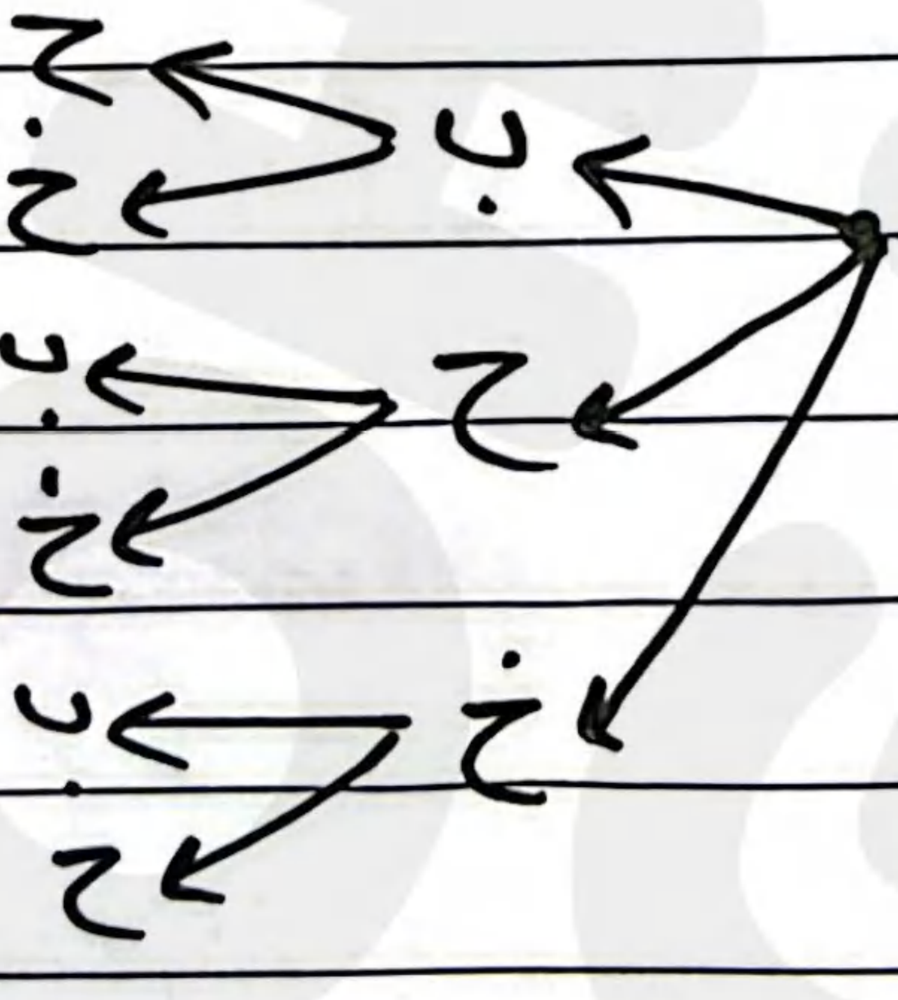


ن(ف) = $(٣)^٢$ = ٩

مسموح بالتكرار عشان مع الإحلال

ف = { (ب، ب)، (ب، ح)، (ب، خ)، (ح، ب)، (ح، ح)، (ح، خ)، (خ، ب)، (خ، ح)، (خ، خ) }

← زي سحب ٣ كرات بيضاء، حمراء، خضراء بدون إحلال



ن(ف) = ٦

غير مسموح بالتكرار عشان كلمة بدون إحلال

ف = { (ب، ح)، (ب، خ)، (ح، ب)، (ح، خ)، (خ، ب)، (خ، ح) }

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

الحدث ← هو مجموعة جزئية من فضاء العينة
ويسمى بأسماء اللغة العربية أ، ب، ج

أنواع الحدث

[1] الحدث المؤكد ← هو حدث لابد من وقوعه ويرمز له ف
مثال: حدث ظهور صورة أو كتابة
ف = {ص، ك}

[2] الحدث المستحيل ← هو حدث لا يمكن وقوعه ويرمز له ∅
مثال: حدث ظهور العدد ٧ في حجر النرد ← ∅

[3] الحدث البسيط (الأولى) ← هو حدث مكون من عنصر واحد فقط داخل قوس مجموعة {×}
مثال: (أ) حدث ظهور عدد فردي غير أولى ← {1}
(ب) حدث ظهور عدد زوجي أولى ← {2}

مثال لفهم الأحداث

عند إلقاء حجر نرد مرة واحدة
ف = {1، 2، 3، 4، 5، 6}
(أ) حدث ظهور عدد فردي
أ = {1، 3، 5}
(ب) حدث ظهور عدد أكبر من ٤
ب = {5، 6}
(ج) حدث ظهور عدد أقل من ٢
ج = {1} ← حدث أولى بسيط
(د) حدث ظهور عدد أكبر من ٦
د = ∅ = { } ← حدث مستحيل
(هـ) حدث الأعداد من ١ إلى ٦
ف = {1، 2، 3، 4، 5، 6} ← حدث مؤكد (ف)

العمليات على الأحداث

[1] عملية التقاطع (خذ المشترك)
← أ ∩ ب = ب ∩ أ (التقاطع إبدالي)
← و ، معاً

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٢ عملية الاتحاد (خد الكل بدون تكرار)

← أ ∪ ب = ب ∪ أ (الاتحاد ابدالى)

← أو (كلاهما) (أحدهما على الاقل)

٣ عملية الفرق

أ − ب ≠ ب − أ (الفرق ليس ابدالى)

أ − ب = أ ∩ ب′

← اللى موجود فى أ ومش فى ب

← أ − أ ∩ ب (الأول − التقاطع)

← وقوع أ وعدم وقوع ب

(وقوع أ فقط)

ب − أ = أ′ ∩ ب

← اللى موجود فى ب ومش فى أ

← ب − أ ∩ ب (الأول − التقاطع)

← وقوع ب وعدم وقوع أ

(وقوع ب فقط)

٤ الحدث المكمل (أ′)

← هو عدم حدوث الحدث

زى ← أ′ = ف − أ

← عدم حدوث أ

← ب′ = ف − ب

← عدم حدوث ب

← (أ ∩ ب)′ = ف − أ ∩ ب

← عدم حدوث التقاطع

وهكذا ....

مثال لفهم الاحداث

بطاقات مرقمة من ٣ إلى ١٠

ف = {٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

أ ← حدث الاعداد الزوجية

أ = {٤، ٦، ٨، ١٠}

ب ← حدث الاعداد الأكبر من ٥

ب = {٦، ٧، ٨، ٩، ١٠}

(أ) أ ∩ ب = {٦، ٨، ١٠}

(ب) أ ∪ ب = {٤، ٦، ٨، ١٠، ٧، ٩}

(ج) أ − ب = {٤}

(د) ب − أ = {٧، ٩}

عصير الأحصاء

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

الاحتمال

ما هو الاحتمال ← هو رقم يمثل حدوث الحدث

ل(أ) = ن(أ) / ن(ف) = عدد الحدث / عدد الكلى

هام: 0 ≤ ل(أ) ≤ 1

ل(أ) ∈ [0، 1]

الحدث المستحيل ← ∅
ولكن احتماله ياصديقي = صفر

الحدث المؤكد ← ف
ولكن احتماله = 1 = 100٪

قوانين ومسلمات الاحتمالات

لـ احمد يا بطل وأوعى تفرط
والازم تحفظهم

٢ احداث

ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

الشفرة ← الأول + الثاني − الاخر

٢ احداث

ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

الشفرة ← الأول − التقاطع

٢ احداث

ل(أ' ∩ ب) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ل(أ ∩ ب') = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

الشفرة ← اللي مش عليه شرطه − التقاطع

شوفت سهلين ازاي ياصحبي
احمد هانت يابطل

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٣ احوالات دى مورجنا

ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ = ١ − ل(أ ∩ ب)

ل(أَ ∩ بَ) = ل(أ ∪ ب)َ = ١ − ل(أ ∪ ب)

الشفرة ← حط الشرطة بره وشقلب العلامة وهات المكملة

٢ احوالات

ل(أَ ∪ ب) = ل(أ − ب)َ = ١ − ل(أ − ب)

ل(أ ∪ بَ) = ل(ب − أ)َ = ١ − ل(ب − أ)

قانون مهم

ل(أ − ب) ∪ (ب − أ)

= ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب)

= ل(أ) + ل(ب) − ٢ ل(أ ∩ ب)

يسمى احتمال وقوع احدهما فقط

عائلة الفروق

← ل(أَ − ب) = ل(أَ ∩ بَ)

= ل(أ ∪ ب)َ = ١ − ل(أ ∪ ب)

← ل(أ − بَ) = ل(أ ∩ ب)

← ل(أَ − بَ) = ل(ب − أ)

= ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

← ل(بَ − أَ) = ل(أ − ب)

= ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

← ل(أ − ب) = ل(أ) − ل(أ ∩ ب)

∴ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ملاحظات هامة جداً

[1] لو قالك أ ⊂ ب

← ل(أ ∩ ب) = ل(أ) ← الصغير

← ل(أ ∪ ب) = ل(ب) ← الكبير

[2] لو قالك ب ⊂ أ

← ل(أ ∩ ب) = ل(ب) ← الصغير

← ل(أ ∪ ب) = ل(أ) ← الكبير

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٣ لو قالك أ، ب حدثان متنافيان

← $أ \cap ب = \emptyset$

ل$(أ \cap ب)$ = صفر

أمثلة على الأحداث المتنافية

← لا يتقاطعان ابداً

زى أ، $أ'$ الحدث ومكملته

$أ \cap أ' = \emptyset$

ل$(أ \cap أ')$ = صفر

هاام لو قالك أ، ب، جـ، ء أحداث متنافية

← يبقى التقاطع بين أى اثنين $\emptyset$

ل$(أ \cap ب)$ = صفر

ل$(ب \cap جـ)$ = صفر

ل$(أ \cap جـ)$ = صفر

ل$(أ \cap ء)$ = صفر

٤ لو قالك أ، ب حدثان متساويان

∴ ل(أ) = ل(ب) = $\frac{1}{2}$

ن(أ) = ن(ب)

٥ ف = {أ، ب، جـ، ء}

ل(أ) + ل(ب) + ل(جـ) + ل(ء) = 1

٦ $\frac{ل(أ)}{ل(أ')} = \frac{ل}{م}$

∴ ل(أ) = $\frac{ل}{ل+م}$ ، ل$(أ')$ = $\frac{م}{ل+م}$

٧ لو كان ل(أ) = ل$(أ')$

∴ ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ل$(أ')$ = $\frac{1}{2}$

٨ كلمات هامة

على الأقل ← ينفع أكثر $\geq$

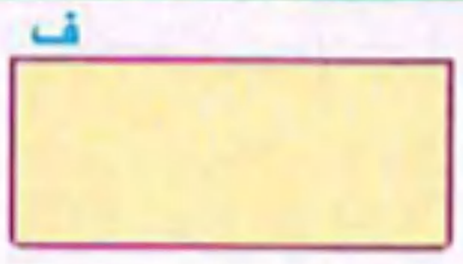
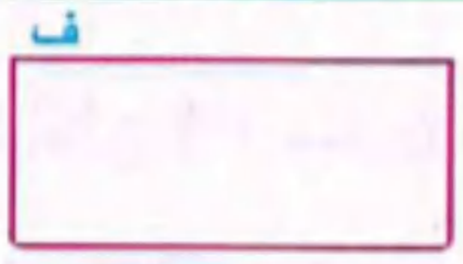
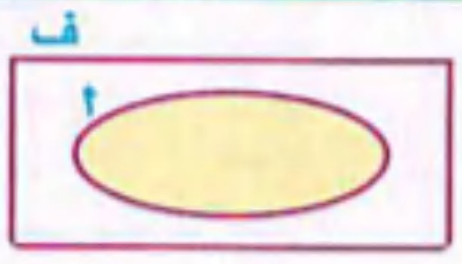
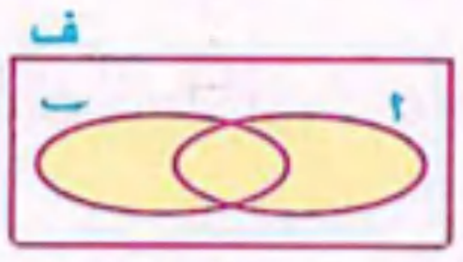
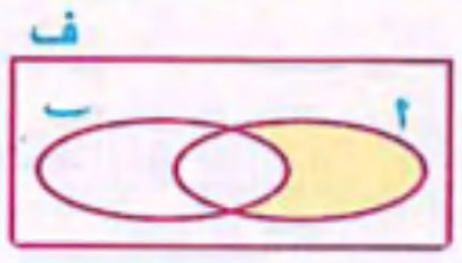
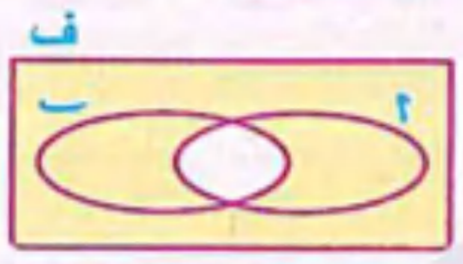
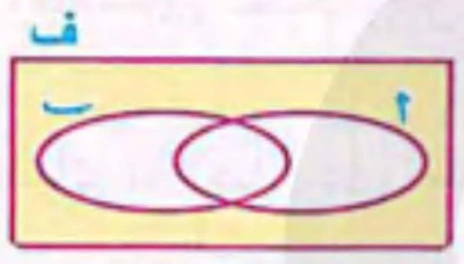
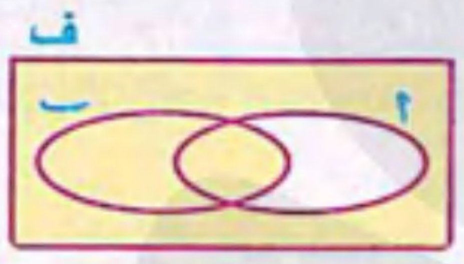
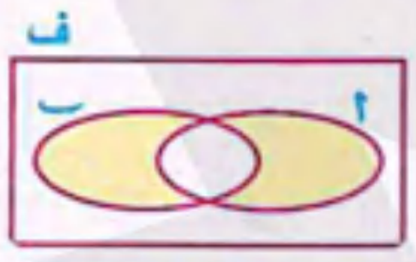
على الأكثر ← ينفع أقل $\leq$

مع الاحلال ← مع الارجاع

بدون احلال ← بدون ارجاع

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

بعض الاحتمالات وتمثيلها بشكل فن

احتمال الحدث	التعبير عنه لفظيًا	تمثيل الحدث بشكل فن
ل (ف)	* احتمال وقوع الحدث المؤكد = ١	
ل (∅)	* احتمال وقوع الحدث المستحيل = صفر	
ل (أ)	* احتمال وقوع الحدث أ	
ل (أ′) = ل (ف − أ)	* احتمال الحدث المكمل للحدث أ * احتمال عدم وقوع الحدث أ	
ل (أ ∩ ب)	* احتمال وقوع أ ، ب معًا.	
ل (أ ∪ ب)	* احتمال وقوع أ أو ب أو كليهما. * احتمال وقوع أحدهما على الأقل. * احتمال وقوع أى من الحدثين.	
ل (أ − ب) = ل (أ ∩ ب′) = ل (أ) − ل (أ ∩ ب)	* احتمال وقوع أ وعدم وقوع ب * احتمال وقوع أ فقط.	
ل (أ′ ∪ ب′) = ل (أ ∩ ب)′ = ١ − ل (أ ∩ ب)	* احتمال عدم وقوع الحدثين معًا. * احتمال وقوع أحدهما على الأكثر.	
ل (أ′ ∩ ب′) = ل (أ ∪ ب)′ = ١ − ل (أ ∪ ب)	* احتمال عدم وقوع أى من الحدثين. * احتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب	
ل (أ′ ∪ ب) = ل (أ − ب)′ = ١ − ل (أ − ب)	* احتمال وقوع ب أو عدم وقوع أ * احتمال عدم وقوع أ فقط.	
ل [(أ − ب) ∪ (ب − أ)] = ل (أ ∪ ب) − ل (أ ∩ ب)	* احتمال وقوع أحد الحدثين دون الآخر. * احتمال وقوع أحد الحدثين فقط.	

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

قاموس الألفاظ

اللفظ	الرمز
احتمال أحد الحدثين على الاقل (أو)	ل(أ ∪ ب)
احتمال وقوع الحدثين معاً (و)	ل(أ ∩ ب)
احتمال حدوث أ فقط	ل(أ − ب)
احتمال حدوث ب فقط	ل(ب − أ)
احتما احدهما فقط	ل(أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب)
احتمال عدم وقوع الحدث أ	ل(أ)′
احتمال عدم وقوع الحدثين معاً	ل(أ ∩ ب)′
احتمال عدم وقوع اياً منهما	ل(أ ∪ ب)′
احتمال وقوع أ و عدم وقوع ب	ل(أ ∩ ب′)
احتمال وقوع أ أو عدم وقوع ب	ل(أ ∪ ب′)
احتمال وقوع أحد الحدثين على الاكثر	ل(أ ∩ ب)′

قاموس الاستنتاجات

المعطى	الاستنتاج
الحدثين متنافيان	ل(أ ∩ ب) = صفر
أ ∪ ب = ف	ل(أ ∪ ب) = ١
ل(ف − أ) ل(ف − (أ ∩ ب))	= ل(أ)′ = ل(أ ∩ ب)′
أ ⊃ ب	(١) ل(أ ∩ ب) = ل(أ) (٢) ل(أ ∪ ب) = ب
ف = {أ ، ب ، جـ}	ل(أ) + ل(ب) + ل(جـ) = ١
ل(أ) = ل(أ)′ (مجموعهم ١ دائماً)	ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

فاهم حتى النهاية

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

الاحتمال الشرطي

← هو احتمال وقوع أ بشرط بوقوع الحدث ب

القوانين

← $\text{ل}(أ/ب) = \frac{\text{ل}(أ \cap ب)}{\text{ل}(ب)}$

← $\text{ل}(ب/أ) = \frac{\text{ل}(أ \cap ب)}{\text{ل}(أ)}$

← $\text{ل}(أ'/ب) = \frac{\text{ل}(أ' \cap ب)}{\text{ل}(ب)} = \frac{\text{ل}(ب) - \text{ل}(أ \cap ب)}{\text{ل}(ب)}$

$= \frac{\text{ل}(ب - أ)}{\text{ل}(ب)} = 1 - \text{ل}(أ/ب)$

← $\text{ل}(أ/ب') = \frac{\text{ل}(أ \cap ب')}{\text{ل}(ب')} = \frac{\text{ل}(أ) - \text{ل}(أ \cap ب)}{1 - \text{ل}(ب)}$

$= \frac{\text{ل}(أ - ب)}{1 - \text{ل}(ب)}$

← $\text{ل}(أ'/ب') = \frac{\text{ل}(أ' \cap ب')}{\text{ل}(ب')} = \frac{\text{ل}(أ \cup ب)'}{1 - \text{ل}(ب)}$

$= \frac{1 - \text{ل}(أ \cup ب)}{1 - \text{ل}(ب)}$

← $\text{ل}(ب'/أ') = \frac{\text{ل}(أ' \cap ب')}{\text{ل}(أ')} = \frac{\text{ل}(أ \cup ب)'}{1 - \text{ل}(أ)}$

$= \frac{1 - \text{ل}(أ \cup ب)}{1 - \text{ل}(أ)}$

الخلاصة الاحتمال الشرطي = $\frac{\text{التقاطع}}{\text{الثاني}}$

ملاحظات وتركات هامة على الاحتمال الشرطي

1 $\text{ل}(أ/ب) \neq \text{ل}(ب/أ)$

2 لو قالك $أ \subset ب$

فإن $\text{ل}(أ/ب) = \frac{\text{ل}(أ)}{\text{ل}(ب)}$

$\text{ل}(ب/أ) = \frac{\text{ل}(أ)}{\text{ل}(أ)} = 1$

3 إذا كان أ، ب حدثان متنافيان

فإن: $\text{ل}(أ/ب) = \text{ل}(ب/أ) = $ صفر

← عشان الأحداث المتنافية تقاطعهم = صفر يا صحبي.

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٤ فى الاحتمال الشرطى

التقاطع = الشرطى × التانى

← ل(أ ∩ ب) = ل(أ/ب) × ل(ب)
= ل(ب/أ) × ل(أ)

٥ كلمات تدل على الاحتمال الشرطى فى المسائل اللفظية

← إذا كان - علماً بأن - إذا ظهر بشرط أن - إذا علمت أن

٦ ل(ف/أ) = ١

ل(أ/ف) = ل(أ)

الاحداث المستقلة والغير مستقلة

إذا كان أ، ب حدثان مستقلان

← يعنى وقوع أحدهما لا يؤثر على الاخر

زى ← القاء قطعة نقود ثم حجر نرد
← اصابة هدفا من لاعب أ ثم اصابة من لاعب ب
← نجاح طالب فى مادة ثم نجاحه فى مادة آخرى
← سحب كرات مع الاحلال (مع الارجاع)

هاااام

لو قالك أ، ب حدثان مستقلان

فإن: **ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)**

من الاخر التقاطع = حاصل ضربهم

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

← إذا كان أ، ب حدثان غير مستقلان

فان ← وقوع أحدهما يؤثر بطريقة ما على الآخر.

زي: سحب كرات بدون احلال أو (بدون ارجاع)

فان: ل(أ ∩ ب) ≠ ل(أ) × ل(ب)

ملاحظات هامة جداً على الأحداث المستقلة

[1] إذا كان أَ، بَ مستقلان
فان: أ، ب مستقلان أيضاً

[2] إذا كان أَ، ب مستقلان
فان: أ، ب مستقلان أيضاً

[3] إذا كان أ حدث، أ، ب مستقلان
فان: ب = ف

[4] إذا كان أ، ب مستقلان فان

(أ) ل(أ/ب) = ل(أ)

(ب) ل(ب|أ) = ل(ب)

[5] متى يكون الحدثان أ، ب متنافيان ومستقلان

إذا كان: ل(أ) × ل(ب) = صفر

إما ل(أ) = صفر | أو ل(ب) = صفر

[6] للاثبات أن الاحداث مستقلة

هنروح نجيب ← التقاطع

هنروح نجيب ← ل(أ) × ل(ب)

لو ل(أ ∩ ب) = ل(أ) × ل(ب)
∴ مستقلان

لو ل(أ ∩ ب) ≠ ل(أ) × ل(ب)
∴ غير مستقلان

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

تراكميات هامة على الباب الثالث

← ما هي الأعداد الزوجية
{٠، ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ....}

← ما هي الأعداد الفردية
{١، ٣، ٥، ٧، ٩، ١١، ....}

← ما هي الأعداد الأولية
{٢، ٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، .....}

← ما هو العدد الزوجي الأولي
هـ {٢} ← حدث بسيط

← ما هو العدد الفردي غير أولي
هـ {١} ← حدث بسيط

← ما هي الأعداد الفردية الأولية
هـ {٣، ٥، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، .....}

← ما هي الأعداد مربع كامل
(تكون لها جذر تربيعي)
هـ {١، ٤، ٩، ١٦، ٢٥، ٣٦، ٤٩، ....}

← ما هي الأعداد المكعب كامل
(تكون لها جذر تكعيبي)
هـ {١، ٨، ٢٧، ٦٤، ١٢٥، .....}

← ما هي الأعداد المضاعفة لـ ٣
هـ {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ......}

← ما هي الأعداد الزوجية في حجر النرد
هـ {٢، ٤، ٦} احتمالها = $\frac{1}{2}$

← ما هي الأعداد الفردية في حجر النرد
هـ {١، ٣، ٥} احتمالها = $\frac{1}{2}$

← ما هي الأعداد الأولية في حجر النرد
هـ {٢، ٣، ٥} احتمالها = $\frac{1}{2}$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

ملخص قوانين الباب الرابع المتغيرات العشوائية

المتغير العشوائي ← يرمز له بالرمز س وهو دالة مجالها فراغ العينة ف و مجالها المقابل مجموعة الاعداد الحقيقية ح

س : ف ← ح

أنواع المتغير العشوائي

طبيعي	متصل	متقطع
(الباب الخامس)	(مستمر)	(منفصل)
	(الباب الرابع)	

[1] المتغير العشوائي المتقطع (المنفصل - الوثاب)

← هو متغير مداه قيم (س) محدودة (منتهية) أو قابلة للحصر والعد

يعني من الاخر يا برنسا هو أي متغير قيمته قابلة للعد مثلا

(أ) عدد الحوادث خلال شهر

(ب) عدد الاسهم لشخص

(جـ) عدد المكالمات للاسرة

(د) عدد الطلاب خلال صفا معين

مدى المتغير العشوائي المتقطع

← هو قيم المتغير (قيم س) بشرط دون تكرار

مثال توضيحي على مدى المتغير العشوائي :-

← في تجربة القاء قطعة نقود ٣ مرات فان مدى المتغير العشوائي الذي يعبر عن (عدد الكتابات - عدد الصور)

- ص ← ٠ - ٣ = -٣
- ك ← ١ - ٢ = -١
- ص ← ١ - ٢ = -١
- ك ← ٢ - ١ = ١
- ص ← ١ - ٢ = -١
- ك ← ٢ - ١ = ١
- ص ← ٢ - ١ = ١
- ك ← ٣ - ٠ = ٣

مدى هو {-٣ ، -١ ، ١ ، ٣}

عصير الأحصاء
D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

هاااام ما هي دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المتقطع ؟

← هي عبارة عن دالة جبرية د ($س_ر$) ويتم التعبير عنها بجدول يحتوي على قيم س (مدى المتغير) مع احتمالاتها (د($س_ر$)) ويسمى بجدول التوزيع الاحتمالي ويكون شكله كده ياصحبي :-

$س_ر$	$س_١$	$س_٢$	$س_٣$	----
د($س_ر$)	د($س_١$)	د($س_٢$)	د($س_٣$)	----

شروط جدول التوزيع الاحتمالي (هاااام في الامتحان)

[١] د($س_ر$) > ٠ (كمية موجبة)

← لكل ر = ١، ٢، ٣، ...، ن

[٢] $\sum$ د($س_ر$) = ١

← لازم مجموع الدور اللي تحت في الجدول = ١

قوانين هامة جداً

[١] المتوسط (التوقع) أو الوسط الحسابي (μ)

← أحد مقاييس النزعة المركزية

← هو قيمة تتمركز حولها معظم قيم المتغير العشوائي

$$\mu = \sum س_ر \times د(س_ر)$$

← μ = مجموع العمود الثالث

[٢] التباين ($σ^2$)

← هو أحد مقاييس التشتت

← يبين انتشار أو تشتت قيم المتغير العشوائي عن متوسطه

$$σ^2 = \sum س_ر^2 \times د(س_ر) - \mu^2$$

← $σ^2$ = مجموع العمود الرابع − مربع العمود الثالث

← قيمة $σ^2$ ← لازم تكون عدد موجب

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٣ الانحراف المعياري (σ)

← هو الجذر التربيعي للتباين

← هو أحد مقاييس التشتت

$$\sigma = \sqrt{\text{التباين}} = \sqrt{\sigma^2}$$

← قيمة σ ← لازم تكون موجبة

٤ معامل الاختلاف (---%)

← هو مقياس نسبي للتشتت ولا يتأثر باختلاف وحدات القياس بين المجموعات أو الاختلاف المتوسطات

$$\text{معامل الاختلاف} = \frac{\sigma}{\mu} \times 100$$

هاااام توجد علاقة عكسية بين معامل الاختلاف والتجانس

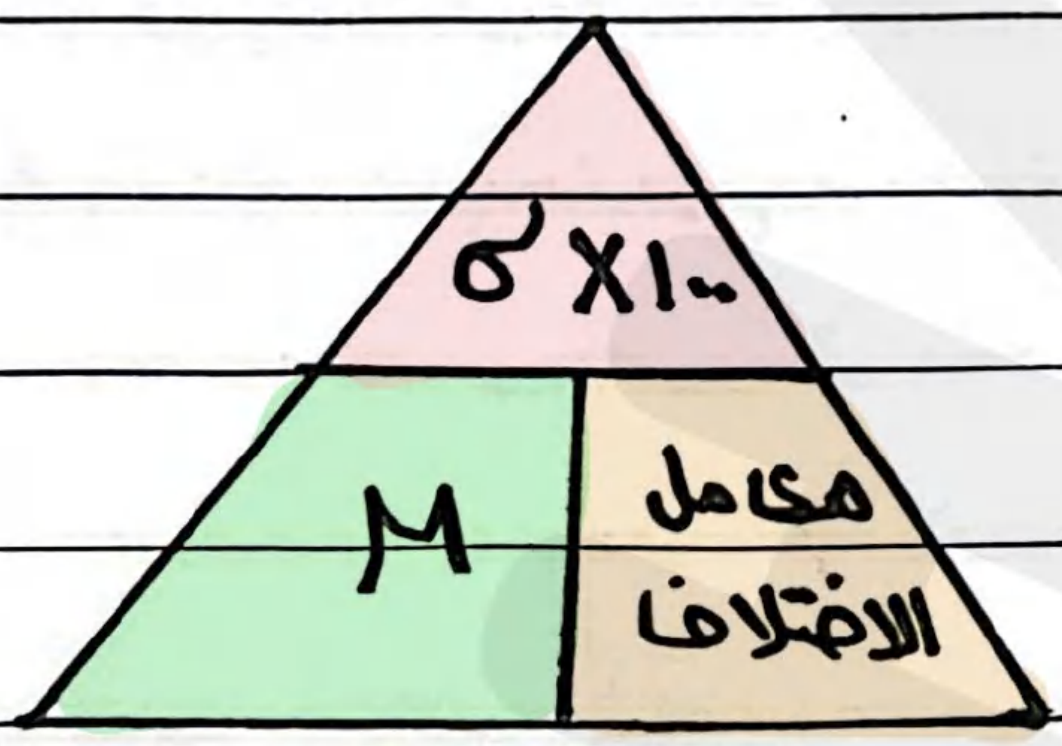
يعني: كلما كان معامل الاختلاف نسبته قليلة كلما كان أفضل وأكثر تجانساً

ملاحظات هامة

١ لإيجاد القوانين السابقة في المسائل نكون جدول من ٤ أعمدة كالآتي :-

$س_ر$	$د(س_ر)$	$س_ر \times د(س_ر)$	$س_ر^2 \times د(س_ر)$
المدى	الاحتمال	الأول × الثاني	مربع الأول × الثاني
Σ	1	μ (المتوسط)	مجموع العمود الرابع

٢



٣ $\sigma^2 + \mu^2 = \Sigma\, س_ر^2 \cdot د(س_ر)$

← جبناها من قانون التباين

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

[2] المتغير العشوائي المتصل (المستمر)

← هو متغير عشوائي مداه فترة (مغلقة أو مفتوحة) أي غير قابل للعد أو الحصر (غير منتهي)

زي (أ) طول أحد المرشحين لكرة سلة

(ب) العمر الافتراضي لأحد الهواتف

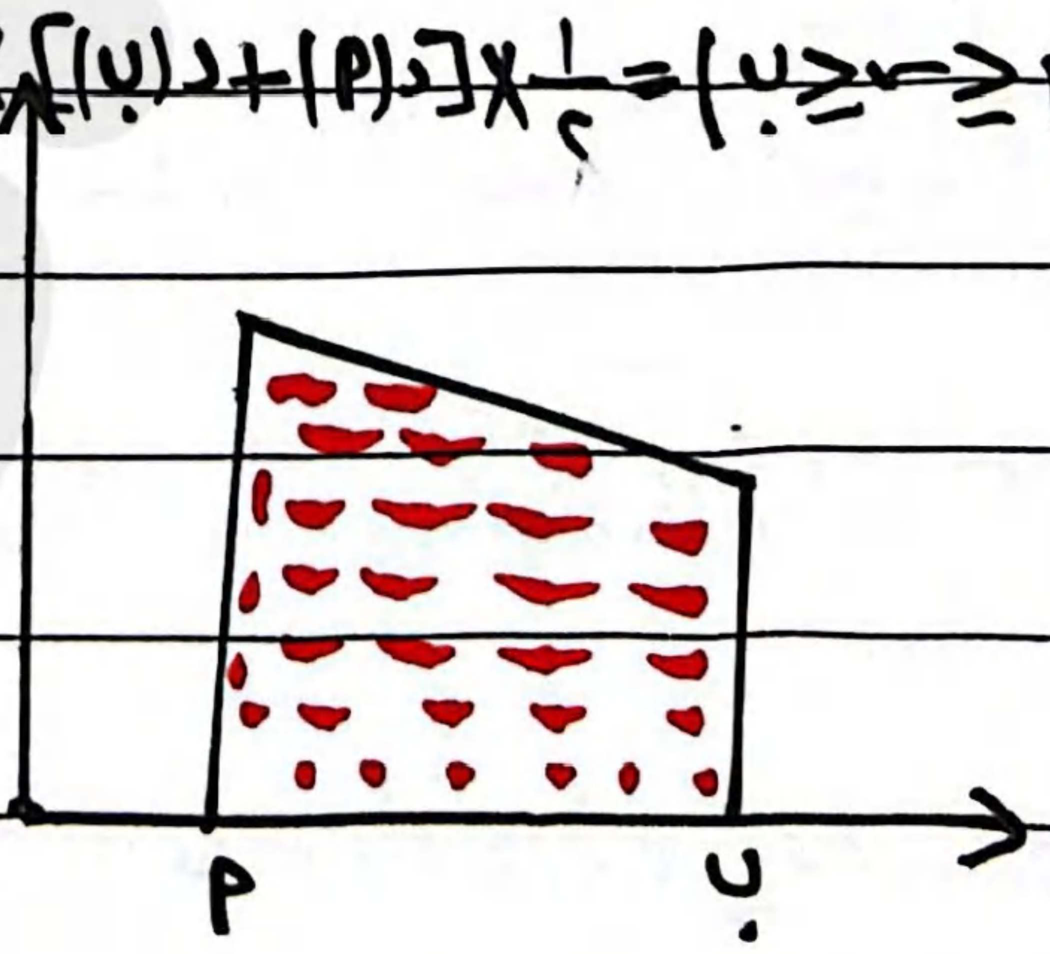
(جـ) الوقت الذي يستغرقه المعلم في شرح أحد دروس الإحصاء.

دالة الكثافة الاحتمالية للمتغير العشوائي المتصل.

← هي دالة جبرية مداه غير سالب

$$د(س) = \begin{cases} د(س) \text{ ، } أ \le س \le ب \\ \text{صفر ، فيما عدا ذلك} \end{cases}$$

$$ل(أ \le س \le ب) = \frac{1}{2} \times [د(أ) + د(ب)] \times (ب - أ)$$



شروط دالة الكثافة الاحتمالية.

[1] مداه غير سالب (تقع فوق محور السينات)

[2] المساحة أسفل المنحنى وفوق محور السينات = 1

[3] $ل(أ \le س \le ب) = 1$

ل (المدى) = 1

ملاحظات على المتغير العشوائي المتصل

[1] للتأكد أن دالة الكثافة احتمالية لازم $ل(أ \le س \le ب) = 1$

[2] إزاي احسب الاحتمال للمتغير العشوائي المتصل

$$ل(أ \le س \le ب) = \frac{1}{2} \times [د(أ) + د(ب)] \times (ب - أ)$$

$$= \frac{1}{2} \times [د(\text{الأولى}) + د(\text{الثانية})] \times (\text{الثانية} - \text{الأولى})$$

[3] $ل(س = أ) = ل(س = ب) = \text{صفر}$

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

تجربة بيرنولى

ـه هى تجربة عشوائية لها ناتجين فقط احداهما نجاح (ح) والاخر فشل (١-ح) .

ملاحظة: ل(ح) + ل(١-ح) = ١ = ١٠٠٪

احتمال النجاح + احتمال الفشل = ١ = ١٠٠٪

مثال: فى تجربة القاء قطعة نقود إذا كان النجاح هو ظهور الصورة فإن:

أ) ل(ح) = $\frac{١}{٢}$

ب) ل(١-ح) = ١ - $\frac{١}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$

ملاحظة مهمة

١) لإيجاد النجاح = ١ - ل(الفشل)

٢) لإيجاد الفشل = ١ - ل(النجاح)

والنجاح والفشل حدثان متنافيان

التوزيع الهندسى

تكرار تجربة بيرنولى حتى الوصول إلى أول مرة نجاح وتتوقف التجربة (يمكن تكرار التجربة عدد لانهائى من المرات حتى نصل إلى أول نجاح ياصحبى)

الرمز ← س ~ هندسى(ح)

القانون المستخدم

ـه ل(س = ر) = ح × $(١-ح)^{ر-١}$

حيث ر ← ١، ٢، ٣، ٤، ...... ، ∞

التوقع أو المتوسط (μ) = $\frac{١}{ح}$

التباين (σ^2) = $\frac{١-ح}{ح^2}$ = μ(μ-١)

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\text{التباين}}$

حلوة ← μ × ح = ١ = ١٠٠٪

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

التوزيع ذات الحدين

تكرار تجربة بيرنولي عدد محدد من المرات (ن مرة من المرات) وهنا يا صديقي ممكن يتحقق نجاح أو أكثر أو لا يتحقق

الرمز ← س ~ ذات حدين (ن ، ح)

القانون المستخدم

$$ل(س = ر) = ق^{ن}_{ر} \times ح^{ر} \times (1 - ح)^{ن - ر}$$

حيث ← ن = عدد المحاولات

ر ← عدد مرات النجاح

ر ← ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... ، ن

ح ← احتمال النجاح

١ - ح ← احتمال الفشل

التوقع أو المتوسط أو عدد المحاولات المتوقعة $(\mu) = ن \times ح$

التباين $(\sigma^2) = ن \times ح \times (1 - ح)$
$= \mu \times (1 - ح)$

الانحراف المعياري $(\sigma) = \sqrt{\text{التباين}}$

ملاحظات هامة جداً على التوزيعات الهندسية وذات الحدين

[1] قوانين الحل المباشر ولكن للتوزيع الهندسي فقط

← $ل(س = ن) = ح \times (1 - ح)^{ن - 1}$

← $ل(س > ن) = (1 - ح)^{ن}$

← $ل(س \geq ن) = (1 - ح)^{ن - 1}$

← $ل(س \leq ن) = 1 - (1 - ح)^{ن}$

← $ل(س < ن) = 1 - (1 - ح)^{ن - 1}$

هندسي بس يا صحبي أوعى ت

٢ هاااام جداً في التوزيع الهندسي وذات الحدين

أ) $ل(س \geq ر) = ١ - ل(س < ر)$

← $ل(س \geq ٣) = ١ - ل(س < ٣)$

ب) $ل(س > ر) = ١ - ل(س \leq ر)$

← $ل(س > ٣) = ١ - ل(س \leq ٣)$

جـ) $ل(س \neq ر) = ١ - ل(س = ر)$

← $ل(س \neq ٣) = ١ - ل(س = ٣)$

٣ كلمات هاااامة في المسائل:

على الأكثر ← يبقى أقل ← $ل(س \leq ر)$

على الأقل ← يبقى أكثر ← $ل(س \geq ر)$

أكبر من ← $ل(س > ر)$

أصغر من ← $ل(س < ر)$

٤ ملاحظات عامة

أ) عدد ورق الكوتشينة ← ٥٢ ورقة
عدد صور الكوتشينة ← ١٢ ورقة

ب) كلمة عدم حدوث أي نجاح لا تظهر إلا في التوزيع ذات الحدين بس يا برنس

جـ) في تجربة إلقاء قطعة النقود المنتظمة دائماً
$ل(ح) = \frac{١}{٢}$ ، $ل(١-ح) = \frac{١}{٢}$

د) في سؤال الاختيار من متعدد دائماً

$ل(النجاح) = \frac{١}{عدد البدائل}$

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

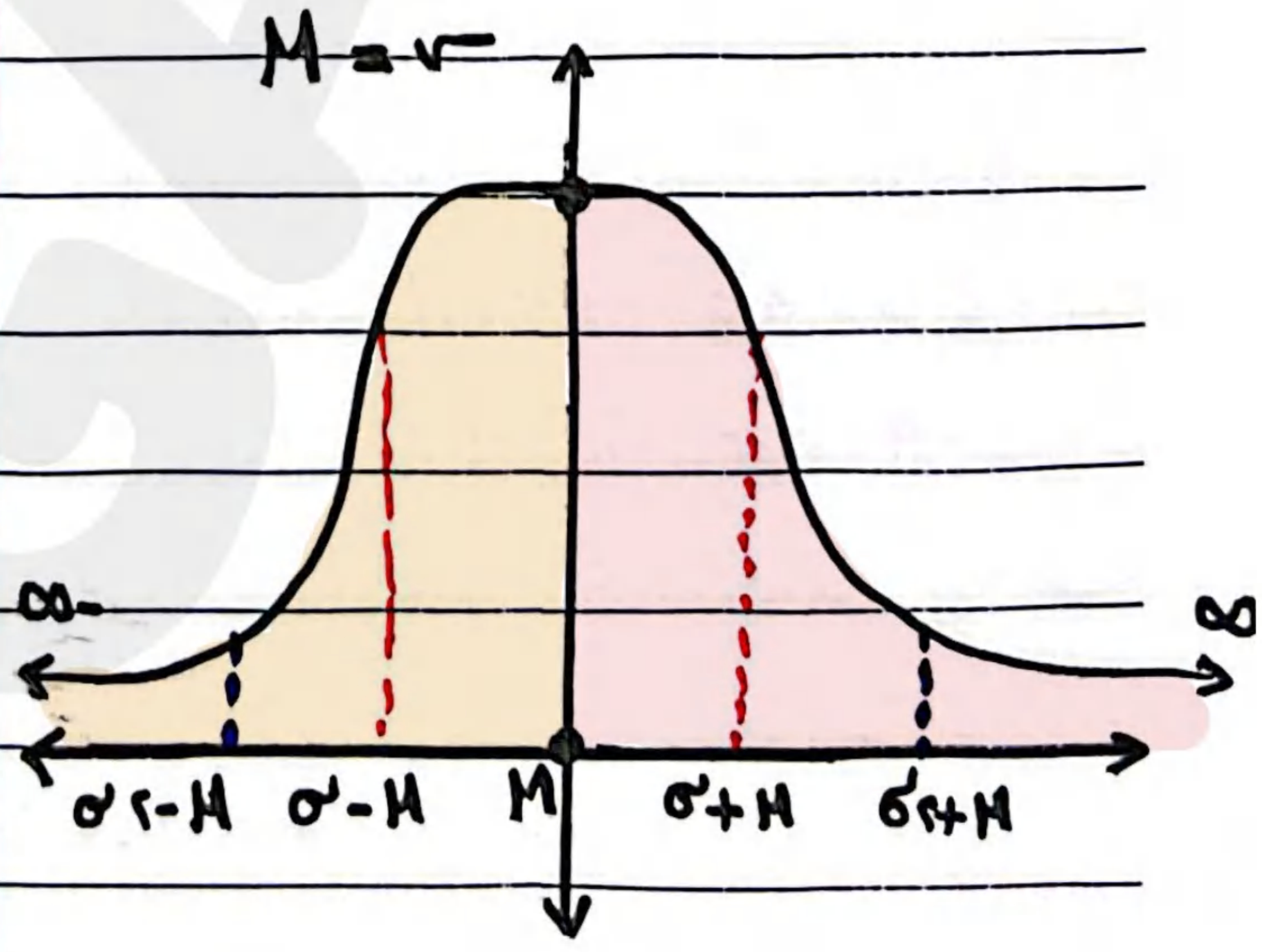
ملخص قوانين الباب الخامس
التوزيع الطبيعى وفترات الثقة

ماهو المتغير العشوائى الطبيعى

← هو متغير عشوائى متصل مداه الفترة $]-\infty , \infty[$

← منحنى دالة كثافته دائماً يأخذ شكل الجرس (منحنى جاوس)

← تعتمد دالة كثافته على قيمتين (متوسطه μ، الانحراف المعيارى σ) فقط



خواص المنحنى الطبيعى :-

(أ) المنحنى يقع بأكمله فوق محور السينات

(ب) طرفا المنحنى يقتربا من محور السينات ولكنهما لا يلتقيان به أبداً كما بالشكل السابق

(ج) المنحنى متماثل حول المستقيم ($س = \mu$) والذى يقسم المساحة تحت المنحنى وفوق محور السينات إلى منطقتين كل منهما = ٠,٥

يعنى المساحة

← $]\mu , \infty[=]-\infty , \mu[= 0.5$

ومجموع المساحتين = ١

(د) المساحة أسفل المنحنى وفوق محور السينات $]-\infty , \infty[$ يساوى الواحد الصحيح

عصير الإحصاء
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

التوزيع الطبيعي المعياري

← هو توزيع طبيعي ولكن متوسطه (μ) = صفر
انحرافه المعياري (σ) = ١

يرمز له بالرمز ص وهو مجموعة غير منتهية.

خواص منحنى التوزيع الطبيعي المعياري :-

ⓐ المنحنى متماثل حول محور الصادات الرأسي (حول المستقيم س = ٠)

ⓑ مساحة المنطقة تحت المنحنى الطبيعي وفوق محور السينات = ١ ويقسمها محور الصادات إلى قسمين مساحة كل منهما = ٠٫٥

كيف يتم حساب الاحتمال للمتغير الطبيعي المعياري ؟

← ل(٠ ≤ ص ≤ ى) سوف نقوم بحسابها من خلال جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعي المعياري (يكون معطى في الامتحان)

انتبه خلي بالك !!

لازم الاحتمال يكون على الصورة دي عشان نكشفها في الجدول ← ل(٠ ≤ ص ≤ ى)

أمثلة

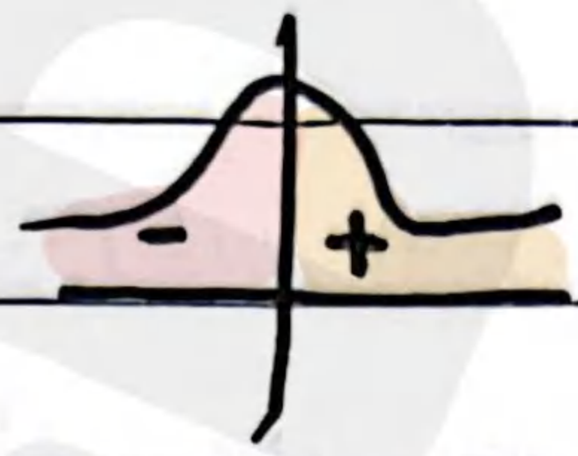
← ل(٠ ≤ ص ≤ ٢٫٥٧) = ٠٫٤٩٤٩

← ل(٠ ≤ ص ≤ ٠٫٦٣) = ٠٫٢٣٥٧

← ل(٠ ≤ ص ≤ ٠٫٤) = ٠٫١٥٥٤

عصير الأحصاء
D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

الزتونة وادعيلي



1) هنرسم الجبل

ى ← يمينا ⊕ ، ى ← شمال ⊖

2) هنظلل ناحية ما تبعا علامة التباين

3) في احتماليتين قدامك

مساحة كبيرة ، مساحة صغيرة

٠,٥ + ل(٠ ≤ ص ≤ ى) ، ٠,٥ - ل(٠ ≤ ص ≤ ى)

أمثلة للتوضيح

أ) ل(ص ≥ ١,٨٣) +

له مساحة صغيرة

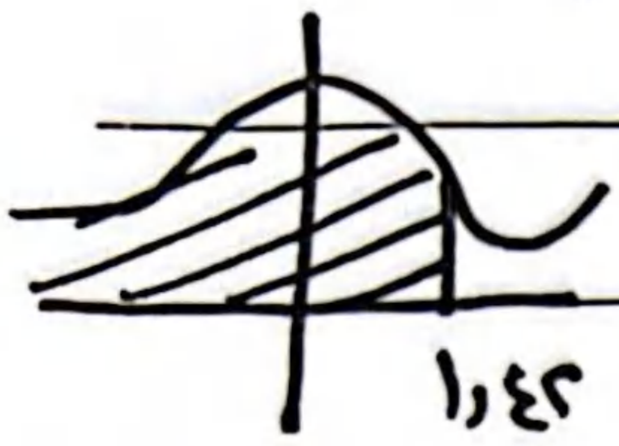
الإجابة ٠,٥ - ل(٠ ≤ ص ≤ ١,٨٣)

٠,٥ - الكشف من الجدول

٠,٥ - ٠,٤٦٦٤ = ٠,٠٣٣٦

ب) ل(ص ≤ ١,٤٢) +

له مساحة كبيرة

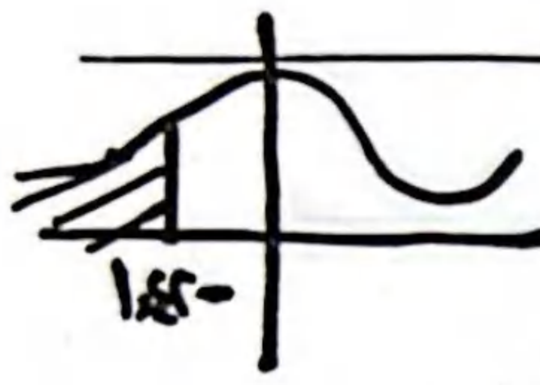


٠,٥ + ل(٠ ≤ ص ≤ ١,٤٢)

٠,٥ + ٠,٤٢٢٢ = ٠,٩٢٢٢

جـ) ل(ص ≤ -١,٤٢) ⊖

له مساحة صغيرة



٠,٥ - ل(٠ ≤ ص ≤ ١,٤٢)

٠,٥ - ٠,٤٢٢٢ = ٠,٠٧٧٨

2) لو عندي ص تقع بين حدين ك، ى مثلاً :-

أ) لو كان لهما نفس الإشارة (يعني في نفس الجهة)

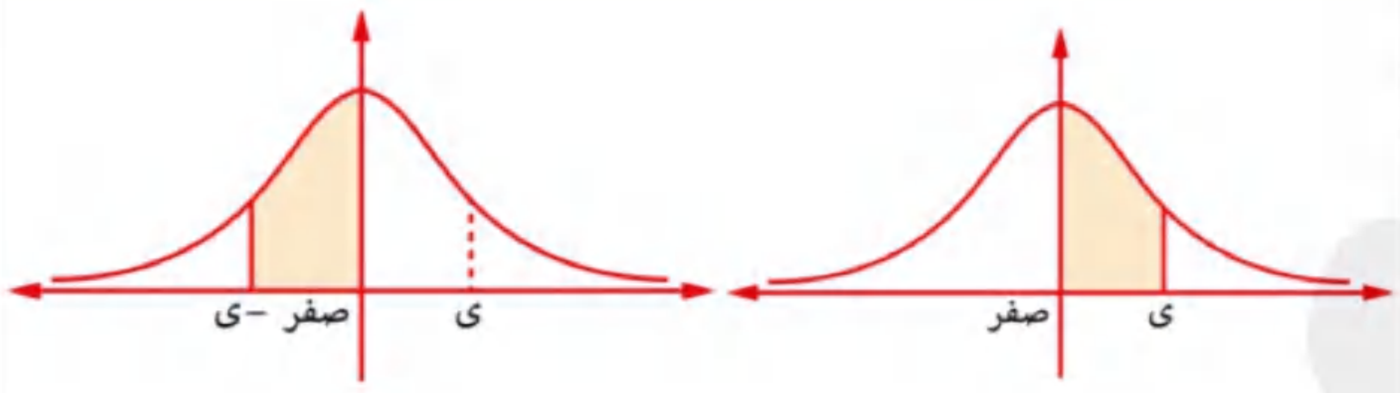
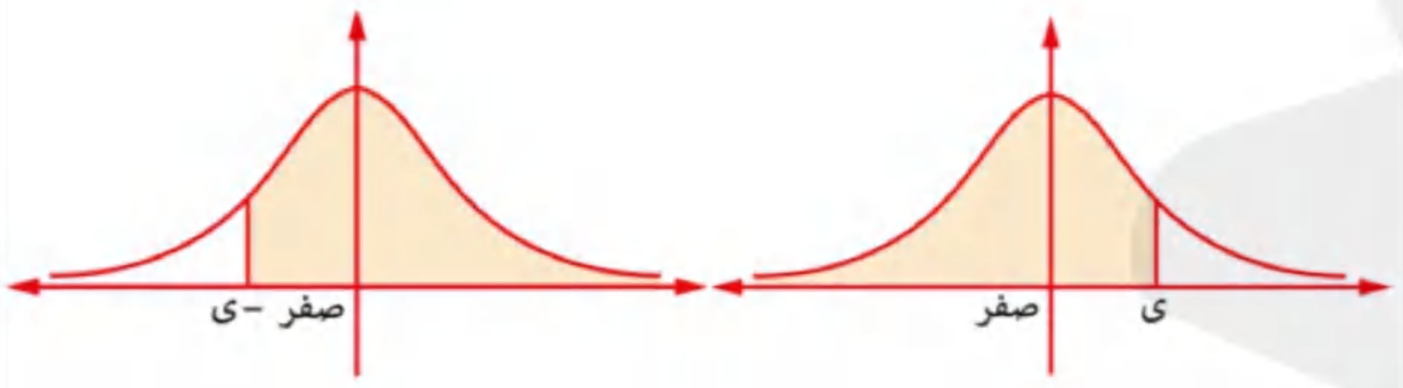
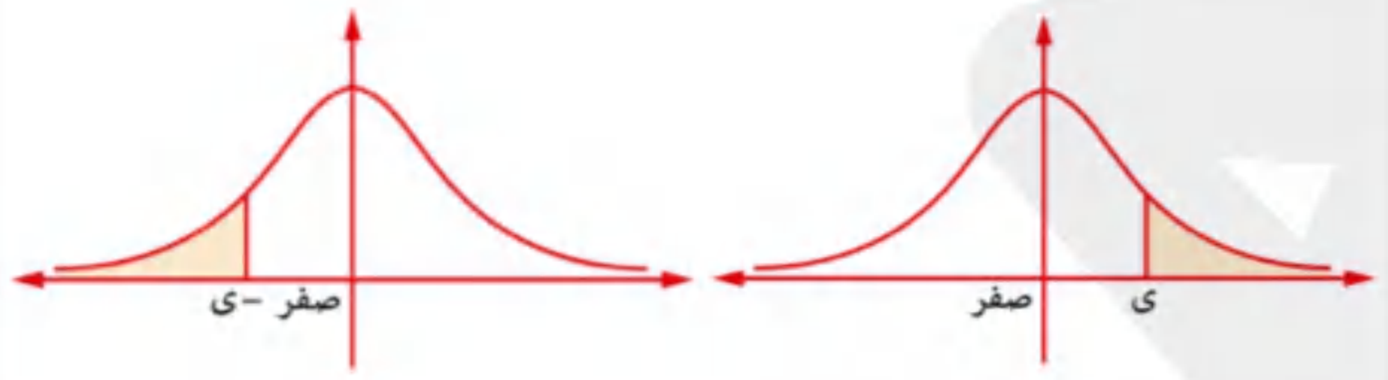
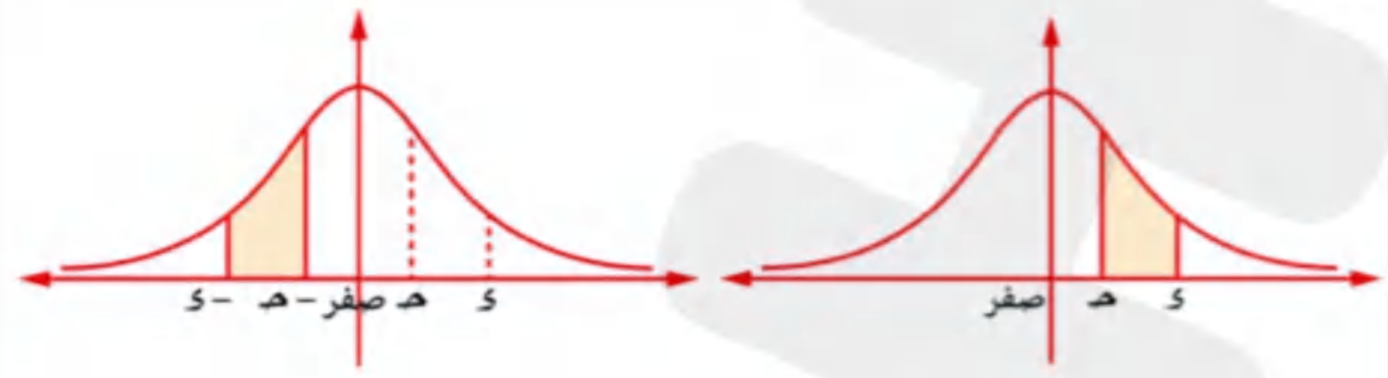
ل(-ى ≤ ص ≤ -ك) = ل(ك ≤ ص ≤ ى)

= ل(٠ ≤ ص ≤ ى) - ل(٠ ≤ ص ≤ ك)

الكبير - الصغير

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

• أهم قواعد استخدام جدول المساحات تحت المنحنى الطبيعى المعيارى :
حيث ى ، هـ ، ك أعداد موجبة ، هـ < ك

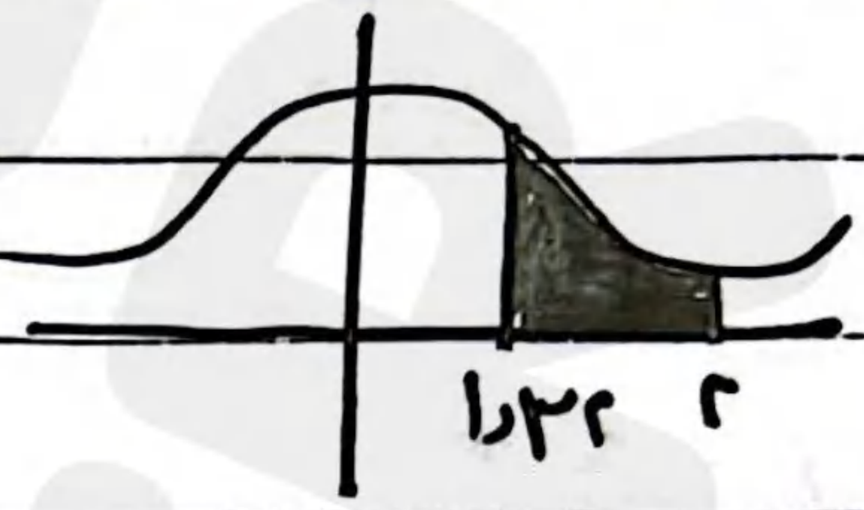
الاحتمال المطلوب	وضعه بالصورة المستخدمة فى الجدول	المساحة التى تمثل الاحتمال المطلوب
ل (٠ ≤ ص ≤ ى) أو ل (−ى ≤ ص ≤ ٠)	يُكشف فى الجدول مباشرة على الصورة ل (٠ ≤ ص ≤ ى)	
ل (ص ≤ ى) أو ل (ص ≥ −ى)	٠,٥ + ل (٠ ≤ ص ≤ ى)	
ل (ص ≥ ى) أو ل (ص ≤ −ى)	٠,٥ − ل (٠ ≤ ص ≤ ى)	
ل (هـ ≤ ص ≤ ك) أو ل (−ك ≤ ص ≤ −هـ)	ل (٠ ≤ ص ≤ ك) − ل (٠ ≤ ص ≤ هـ)	
ل (−هـ ≤ ص ≤ ك)	ل (٠ ≤ ص ≤ ك) + ل (٠ ≤ ص ≤ هـ)	
ل (−ى ≤ ص ≤ ى)	٢ ل (٠ ≤ ص ≤ ى)	

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

مثال توضيحي على الحالة دي

(أ) ل (١,٣٢ ≤ ص ≤ ٢)

← هنا العددين لهما نفس الاشارة الموجبة (يعني في الجنب الموجب)



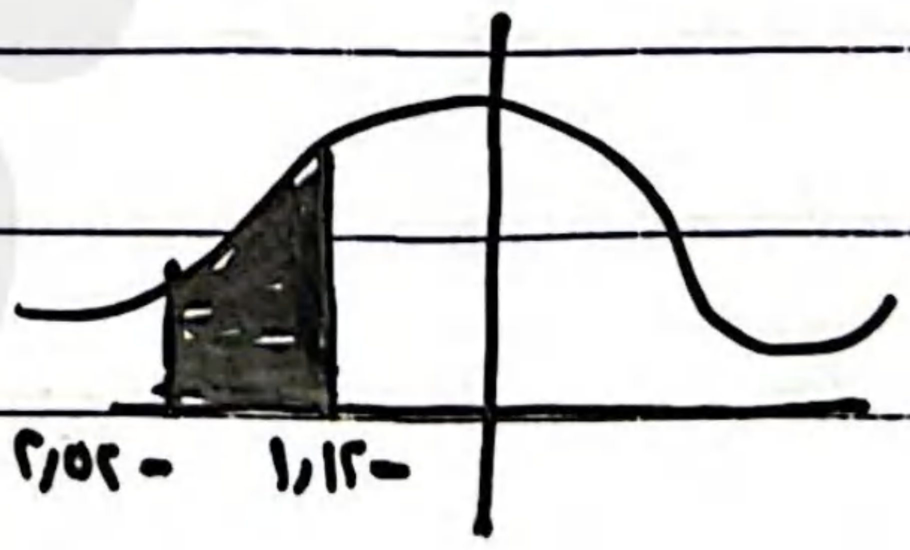
الاجابة: الكبير − الصغير

ل (٠ ≤ ص ≤ ٢) − ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٣٢)

٠,٤٧٧٢ − ٠,٤٠٦٦ = ٠,٠٧٠٦

(ب) ل (−٢,٥٢ ≤ ص ≤ −١,١٢)

← هنا العددين لهما نفس الاشارة السالبة (يعني في الجنب السالب الايسر)



الكبير − الصغير

الاجابة ← ل (٠ ≤ ص ≤ ٢,٥٢) − ل (٠ ≤ ص ≤ ١,١٢)

= ٠,٤٩٤١ − ٠,٣٦٨٦ = ٠,١٢٥٥

(ب) لو كانا عكس بعض في الاشارة (يعني يقعوا في جهتين مختلفين)

ل (−ك ≤ ص ≤ ى) = ل (ك ≤ ص ≤ −ى)

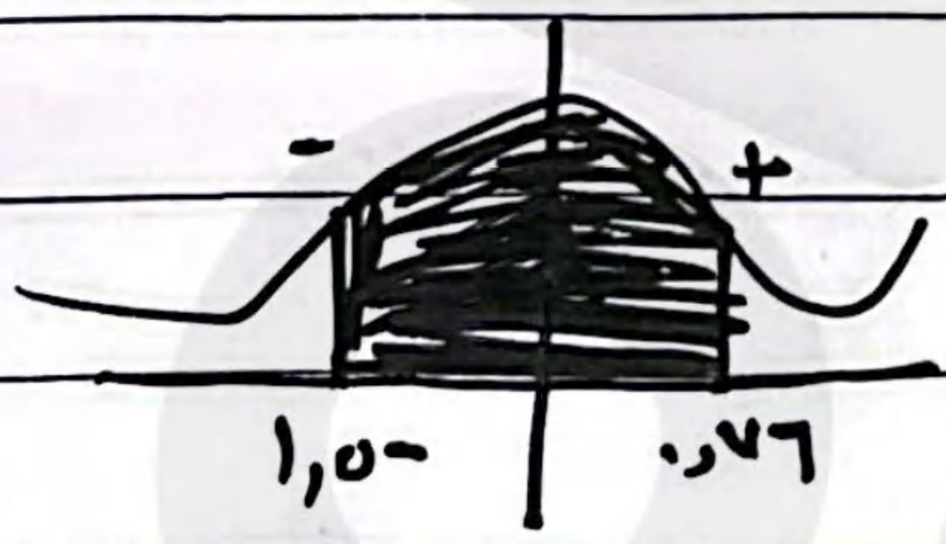
← ل (٠ ≤ ص ≤ ى) + ل (٠ ≤ ص ≤ ك)

← في الحالة دي بنجمع

مثال توضيحي على الحالة دي

(أ) ل (−١,٥ ≤ ص ≤ ٠,٧٦)

← هنا العددين عكس بعض في الاشارة (يعني في جهتين مختلفين يبقى لازم نجمع يا برنسا)



الاجابة: ل (٠ ≤ ص ≤ ٠,٧٦) + ل (٠ ≤ ص ≤ ١,٥)

= ٠,٢٧٦٤ + ٠,٤٣٣٢ = ٠,٧٠٩٦

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي
D.M.RAZK

٣ قانون مهم جداً :-

ل (|ص| ≤ ك) = ل (-ك ≤ ص ≤ ك)

= ٢ × ل (٠ ≤ ص ≤ ك)

٢ × الكشف في الجدول

مثال توضيحي

أ) ل (|ص| ≤ ١٫٦٩) = ٢ × ل (٠ ≤ ص ≤ ١٫٦٩)

= ٢ × ٠٫٤٥٤٥ = ٠٫٩٠٩

ب) ل (-٢ ≤ ص ≤ ٢) = ل (|ص| ≤ ٢)

= ٢ × ل (٠ ≤ ص ≤ ٢)

= ٢ × ٠٫٤٧٧٢ = ٠٫٩٥٤٤

جـ) ل (-ك ≤ ص ≤ ك) = ٠٫٨٦٦٤

ل (|ص| ≤ ك) = ٠٫٨٦٦٤

ل (٠ ≤ ص ≤ ك) = ٠٫٨٦٦٤ ÷ ٢ = ٠٫٤٣٣٢

بعد الكشف عن ٠٫٤٣٣٢

∴ ك = ١٫٥

التوزيع الطبيعي الغير معياري س

س هو متغير طبيعي غير معياري

$\mu \neq$ صفر ، $\sigma \neq 1$ لذلك

لابد من تحويله إلى معياري

من قبل حل السؤال عن طريق

القانون د ٥

$$ص = \frac{س - \mu}{\sigma}$$

ل (أ ≤ س ≤ ب)

$$= ل\left(\frac{أ - \mu}{\sigma} \le ص \le \frac{ب - \mu}{\sigma}\right)$$

وبعد ذلك استخدام جدول المساحات

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

تطبيقات على التوزيع الطبيعي

← إذا كانت درجات الطلاب في إحدى المدارس تتبع توزيعاً طبيعياً متوسطه (μ) وانحرافه المعياري (σ) وكان لدينا قيمة مثلاً احتمال أن تكون درجة الطالب أكبر من قيمة معينة م فإن:-

1) النسبة المئوية = (الاحتمال × ١٠٠)%

←

ومنها: الاحتمال = $\frac{\text{النسبة المئوية}}{100}$

2) عدد الطلاب = الاحتمال × العدد الكلي

←

ومنها: العدد الكلي = $\frac{\text{عدد الطلاب}}{\text{الاحتمال}}$

3) الدرجة المعيارية = $\frac{\text{درجة الطالب} - \mu}{\sigma}$

ومنها: درجة الطالب (الدرجة الحقيقية) = الدرجة المعيارية × $\sigma + \mu$

فترات الثقة

في البداية لازم تكون عارف المفاهيم دي:-

1) **المجتمع** ← هو مجموعة من العناصر لها صفة مشتركة زي حقل النباتات والقمح مثلاً

2) **المعلمة** ← هي قيمة عددية ثابتة تميز المجتمع وغالباً تكون غير معلومة مثل المتوسط μ ويقدر بمتوسط العينة $\bar{x}$

3) **العينة** ← هي جزء من المجتمع تمثله تمثيلاً جيداً زي فصل دراسي [illegible] طالب بداخله

4) **الإحصاءة** ← قيمة عددية تتميز بها العينة مثل المتوسط

D.M.RAZK موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٥) التقدير ← هو احصاءة تعتمد وتعكس قيمة قريبة لمعلمة المجتمع ككل وتوزيعه وله اسلوبين

أ) التقدير بنقطة:

← هي قيمة وحيدة محسوبة من العينة تستخدم لتقدير معلمة مجهولة من معالم المجتمع مثل الوسط الحسابي لعينة عشوائية $\bar{x}$ ويستخدم لتقدير متوسط المجتمع μ

ب) التقدير بفترة ثقة:

← هو ايجاد فترة معينة يتوقع أن تقع معلمة المجتمع بداخلها بنسبة معينة أو احتمال معين وهذه الفترة تسمى فترة الثقة.

٦) فترة الثقة ← هي فترة تستخدم في الاحصاء لتقدير قيمة معلمة غير معروفة للمجتمع

٧) تفسير فترة الثقة

← فترة الثقة بمستوى ٩٥٪ تعني أن لو تكرار التجربة بنفس الحجم ١٠٠ مرة فاننا نثق أن ٩٥ فترة من الفترات الناتجة يقع تقدير المعلمة بداخلها.

٨) مستوى الثقة

← هو احتمال أن تكون فترة الثقة تحتوي القيمة الحقيقية لمعلمة المجتمع قيد الدراسة.

قيمة مستوى الثقة $(1-\alpha)$

هام: α + مستوى الثقة = 1

حيث α ← نسبة الخطأ في التقدير

إذا كانت $\alpha = 0.05$

← فإن مستوى الثقة = 1 - 0.05 = 95٪

إذا كانت $\alpha = 0.01$

← فإن مستوى الثقة = 1 - 0.01 = 99٪

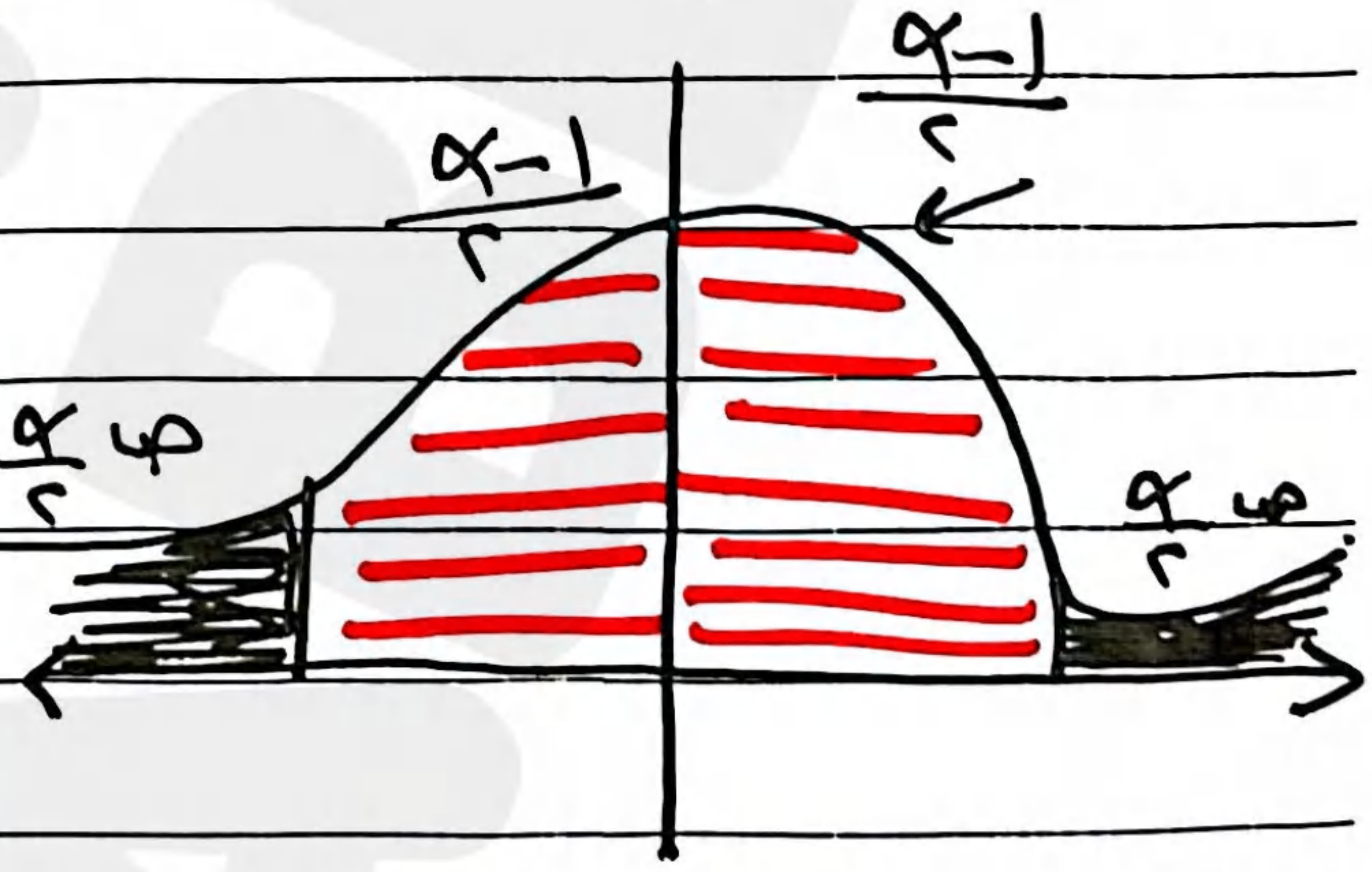
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK

٩ القيمة الحرجة $ص_{\frac{\alpha}{2}}$

← لإيجاد القيمة الحرجة $ص_{\frac{\alpha}{2}}$

نحسب المساحة $\frac{1-\alpha}{2}$

ومن جدول المساحات أسفل المنحنى الطبيعي المعياري نحصل على القيمة $ص_{\frac{\alpha}{2}}$



القيم الحرجة المشهورة لبعضنا فترات الثقة

↓

مستوى ٩٥٪ ← $ص_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

مستوى ٩٧٪ ← $ص_{\frac{\alpha}{2}}$ = ٢,١٧

مستوى ٩٩٪ ← $ص_{\frac{\alpha}{2}}$ = ٢,٥٧

مستوى ٩٨٪ ← $ص_{\frac{\alpha}{2}}$ = ٢,٣٣

هام جداً زيتونة قوانين فترات الثقة

← في البداية لازم تكون عارفا الرموز دى:

هـ ← الخطأ في التقدير

$\bar{س}$ ← الوسط الحسابي للعينة

σ ← الانحراف المعياري للمجتمع

ن ← حجم العينة

هام: المطلوب حسابه

١ القيمة الحرجة لمستوى الثقة ٩٥٪ هي $ص_{\frac{\alpha}{2}}$ = ١,٩٦

٢ الخطأ في التقدير

$$هـ = ١,٩٦ \times \frac{\sigma}{\sqrt{ن}}$$

تابع بالبرنس ←

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

٣ ازاى تجيب حجم العينة في خطوة

$$ن = \left(\frac{1.96 \times σ}{هـ}\right)^2$$

٤ ازاى تجيب الانحراف المعياري (σ) في خطوة

$$σ = \frac{هـ \times \sqrt{ن}}{1.96}$$

٥ لو معاك التباين ($σ^2$) وعايز الانحراف (σ) ← خد $\sqrt{\text{التباين}}$

٦ فترات الثقة لمتوسط المجتمع μ

هي μ ∈] س̄ - هـ ، س̄ + هـ [

↓ الحد الادنى ↓ الحد الاعلى

يمكن كتابة فترة الثقة كالاتي

س̄ - هـ < μ < س̄ + هـ

أو

] س̄ - $\frac{σ}{\sqrt{ن}}$ × 1.96 ، س̄ + $\frac{σ}{\sqrt{ن}}$ × 1.96 [

* ملاحظات على فترة الثقة (هاام)

أ) لو عايز الوسط الحسابي للعينة (س̄)

س̄ = (الحد الاعلى + الحد الادنى) ÷ ٢

ب) لو عايز الخطأ في التقدير اللي هو (هـ)

هـ = (الحد الاعلى - الحد الادنى) ÷ ٢

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

عصير الأحصاء

هتشـــرب الاحصـــاء شـــرب وهتبقى سهلة مااايـــة

أقاوم لأن
المقاومة
تليق بي
أكثر من
الإنهزام

صفحة الفيسبوك

جروب الفيسبوك

قناة اليوتيوب

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.Mo.RizK

موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي D.M.RAZK